BACCALAURÉAT

DE MATHÉMATIQUES

PREMIÈRE

Durée de l'épreuve : 2 HEURES
Les calculatrices sont AUTORISÉES

Coefficient : 8

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*

Exercice 1 (5 points)

1) **a)** : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \cos \widehat{BAC} = 30 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$

2) **c)** : on projette orthogonalement $\overrightarrow{OD}$ sur (AB), on obtient $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}$, on a alors :
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = -\dfrac{1}{2}AB^2 = -0,5.$

3) **d)** : $(\vec{u}+\vec{v}) \cdot (2\vec{u}-\vec{v}) = 2\vec{u}^2 \underbrace{-\vec{u}\cdot\vec{v} + 2\vec{v}\cdot\vec{u}}_{=0 \text{ car } \vec{u}\perp\vec{v}} - \vec{v}^2 = 2\left\|\vec{u}\right\|^2 - \left\|\vec{v}\right\|^2 = 8 - 1 = 7\ 000$

4) **d)** : $f'(5)$ correspond au coefficient directeur de la droite d : donc $f'(5) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-1}{3}$.

5) **c)** : sur $]-\infty\,;0]$, f n'est pas monotone (ni a), ni b)) mais $f(x) \geqslant 0$.

Exercice 2 (5 points)

1) $R(7) = 5\,\mathrm{e}^{-1,75} \approx 0,869$ milliers d'euros.
Le résultat réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litres de produit est de 869 €.

2) $R(4) = -10\,\mathrm{e}^{-1} \approx 3,68 < 0$.
L'entreprise réalise un résultat négatif pour la fabrication et la vente de 400 de litres : déficit de 368 €.

3) $R(x) \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; (5x-30)\,\mathrm{e}^{-0,25x} \geqslant 0 \;\overset{\mathrm{e}^{-0,25x}>0}{\Leftrightarrow}\; 5x - 30 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; x \geqslant 6.$
Pour que l'entreprise réalise un résultat positif ou nul, elle doit fabriquer et vendre au moins 600 litres de produit.

4) $R'(x) = 0 \;\overset{\mathrm{e}^{-0,25x}\neq 0}{\Leftrightarrow}\; -1,25x + 12,5 = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \dfrac{12,5}{1,25} = 10.$
signe $R'(x) =$ signe $(-1,25x + 12,5)$ car $\forall x \in [2\,;20]$, $\mathrm{e}^{-0,25x} > 0$.

x	2		10		20
$R'(x)$		+	0	−	
$R(x)$	$-20\,\mathrm{e}^{-0,5}$	↗	$20\,\mathrm{e}^{-2,5}$	↘	$70\,e^{-5}$

L'entreprise doit produire et vendre 1 000 litres de produit pour réaliser le résultat maximal (1 642 €).

Exercice 3 (5 points)

1) $u_1 = u_0 + 0,02u_0 = 1200 + 24 = 1\,224$ et $u_2 = u_1 + 0,02u_1 = 1224 + 24,48 = 1\,248,48$.
La deuxième semaine, l'étude prévoit la vente de 1 248 d'exemplaires l'hebdomadaire.

2) $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 0,02u_n = 1,02u_n$. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme u_0, donc $u_n = u_0\,q^n = 1\,200 \times 1,02^n$.

3) Le programme détermine le nombre de semaines nécessaires pour que la vente cumulés d'exemplaires soit supérieure ou égale à 30 000. Au bout de 20 semaines, ce résultat est donc atteint.

4) La somme S_n des $(n+1)$ premiers termes d'une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 vaut : $S_n = u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

Donc sur 52 semaines : $S_{52} = 1\,200 \times \dfrac{1-1,02^{53}}{1-1,02} \approx 111\,380$.

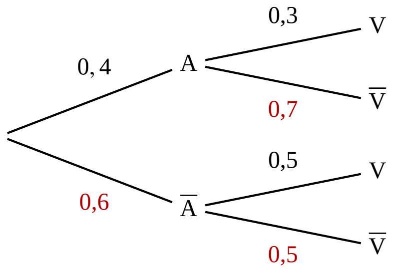
Le nombre total d'hebdomadaires vendus au bout d'un an est de 111 380 exemplaires.

EXERCICE 4 (5 points)

D'après l'énoncé on a : $P(\text{A}) = 0,4$, $P_{\overline{\text{A}}}(\text{V}) = 0,5$ et $P(\text{A} \cap \text{V}) = 0,12$

1) $P_{\text{A}}(\text{V}) = \dfrac{P(\text{A} \cap \text{V})}{P(\text{A})} = \dfrac{0,12}{0,4} = 0,3$.

2) On peut faire l'arbre de probabilité suivant :



$P(\text{V}) = P(\text{A} \cap \text{V}) + P(\overline{\text{A}} \cap \text{V}) = 0,12 + P(\overline{\text{A}}) \times P_{\overline{\text{A}}}(\text{V}) = 0,12 + 0,6 \times 0,5 = 0,42$

3) $P_{\overline{\text{V}}}(\text{A}) = \dfrac{P(\text{A} \cap \overline{\text{V}})}{P(\overline{\text{V}})} = \dfrac{P(\text{A}) \times P_{\text{A}}(\overline{\text{V}})}{1 - P(\text{V})} = \dfrac{0,4 \times 0,7}{1-0,42} \approx 0,48$ au centièrme

4) Comme les événements sont indépendants , on a :

$P(\overline{\text{V}_1} \cap \overline{\text{V}_2}) = P(\overline{\text{V}_1}) \times P(\overline{\text{V}_2}) = P(\overline{\text{V}})^2 = (1-0,42)^2 = 0,3364$