BACCALAURÉAT BLANC

DE MATHÉMATIQUES

PREMIÈRE

Durée de l'épreuve : 2 HEURES
Les calculatrices sont AUTORISÉES

Coefficient : 8

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

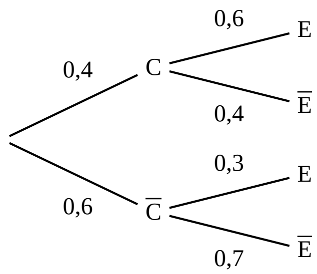
Exercice 1 (5 points)

1) **a)** : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad e^{-2x} > 0$.
2) **c)** : Il suffit de développer le carré comme une identité remarquable.
3) **c)** : On dérive comme $(e^u)' = u' \times e^u$.
4) **d)** : $\vec{n}(-1\,;\,3)$ l'équation de la droite est de la forme $-x + 3y + c = 0$. On détermine c pour que l'équation soit vérifiée pour les coordonnées du point A, on trouve alors $c = -17$.
5) **a)** : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \cos \widehat{BAC} = 5 \times 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$.

Exercice 2 (5 points)

1) D'après l'énoncé : $p(C) = 0,4$, $p(C \cap E) = 0,24$ et $p_{\overline{C}}(E) = 0,3$.

2) $p(\overline{C} \cap \overline{E}) = p(\overline{C}) \times p_{\overline{C}}(\overline{E}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$



3) $p(E) = p(C \cap E) + p(\overline{C} \cap E) = 0,24 + p(\overline{C}) \times p_{\overline{C}}(E)$
$= 0,24 + 0,6 \times 0,3 = 0,42$

4) $p_C(E) = \dfrac{p(C \cap E)}{p(C)} = \dfrac{0,24}{0,4} = 0,6 \neq p(E)$.
Les événement C et E ne sont pas indépendants.

Exercice 3 (5 points)

Partie A

1) $u_n = u_0\, q^n = 0,2 \times 2^n$
2) $u_{10} = 0,2 \times 2^{10} = 204,8$ et $u_{18} = 0,2 \times 2^{18} = 52\,428,8$
3) $\underbrace{u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_{18}}_{\text{19 termes}} = u_0 \times \dfrac{1 - q^{19}}{1 - q} = 0,2(2^{19} - 1) = 104\,857,4$.
4) On trouve alors $n = 18$

```
u=0.2
S=0.2
n=0
while S<=100000 :
    u=2*u
    S=S+u
    n=n+1
print(n)
```

Partie B

La suite définie à la partie A correspond au problème, u_n représente la somme que Claude a offert à Camille pour sa n-ième année. À son 18e anniversaire Camille possède alors la somme $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_{18} = 104\,857,4$ suffisante pour payer un appartement d'une valeur de 100 000 €.

Exercice 4 (5 points)

1) $f'(x) = 60\,\mathrm{e}^{-0,5x} + 60x(-0,5)\,\mathrm{e}^{-0,5x} = (60-30x)\,\mathrm{e}^{-0,5x} = 30(2-x)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

2) $\forall x \in [0\,;\,10]$, $\mathrm{e}^{-0,5x} > 0$ donc signe $f'(x) =$ signe $(2-x)$

3) On obtient le tableau de variation :

x	0		2		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$120\,\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	$600\,\mathrm{e}^{-5}$

4) Le point où la tangente est horizontale, est le point $S(2\,;\,120\,\mathrm{e}^{-1})$. Son ordonnée est donc :

$$120\,\mathrm{e}^{-1} \approx 44,14 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

5) $y = f'(0)x + f(0) \Leftrightarrow y = 60x$