Contrôle de mathématiques

Jeudi 27 novembre 2025

EXERCICE 1

QCM **(5 points)**

Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{n+3}{2n+1}$. On a alors :

   a) $u_{n+1} - u_n > 0$

   b) $u_{n+1} - u_n = \dfrac{n-2}{(2n+1)(2n+2)}$

   c) (u_n) n'est pas monotone

   d) $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-5}{(2n+1)(2n+3)}$

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = 3u_n - 4$. Si $u_3 = 83$ alors :

   a) $u_0 = 3$ b) $u_0 = 7$ c) $u_0 = 5$ d) $u_0 = 12$

3) Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_5 = 72$ et $u_{13} = 176$.
   Alors, on a :

   a) $u_0 = 8$ b) $u_1 = 19$ c) $u_2 = 33$ d) $u_3 = 45$

4) Que vaut la somme : $S = 3 + 9 + 15 + 21 + ... + 861$?

   a) 61776 b) 124 416 c) 62 640 d) 62 208

5) Quelle valeur renvoie le script pour u(4) ?

   a) 80 **b)** 242 **c)** 26 **d)** 78

```python
def u(n):
    u=2
    for i in range(1,n+1):
        u=3*u+2
    return u
```

EXERCICE 2

Suite arithmétique **(4 points)**

Soit une suite (u_n) de raison $r = 5$ et de premier terme $u_1 = 6$.
On pose $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$.

1) Exprimer le terme u_n en fonction de n puis calculer u_{20}
2) Calculer S_{20}
3) On cherche maintenant à déterminer n pour que $S_n = 3185$
   a) Montrer que l'on a alors : $5n^2 + 7n - 6370 = 0$.
   b) Déterminer la valeur de n.

EXERCICE 3

Piscine **(6 points)**

Durant l'été, une piscine extérieure perd chaque semaine 4 % de son volume d'eau par évaporation. On étudie un bassin qui contient 80 m^3 après son remplissage.

1) Calculer le volume d'eau du bassin après une semaine.
2) On ne rajoute pas d'eau dans le bassin et l'eau continue à s'évaporer. On modélise le volume d'eau contenue dans la piscine par une suite (v_n) où v_n est la quantité d'eau en m^3 contenue dans la piscine n semaines après son remplissage. Ainsi $v_0 = 80$.
   a) Justifier que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison q.
   b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.
   c) Quelle est la quantité d'eau dans le bassin au bout de 7 semaines à 10^{-2} près ?
3) Pour compenser en partie les pertes d'eau dû à l'évaporation, on décide de rajouter 2 m^3 d'eau chaque semaine dans le bassin. On pose alors la suite (u_n) où u_n est la quantité d'eau contenue dans la piscine n semaines après son remplissage en tenant compte des 2 m^3 rajoutés chaque semaine. On a $u_0 = 80$
   a) Calculer u_1 et u_2
   b) Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
   c) Programmer cette suite en langage Python à l'aide d'une fonction $u(n)$ et donner u_7 correspondant au volume d'eau contenu dans la piscine après 7 semaines.

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique **(5 points)**

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 100 \\ u_{n+1} = 1,08u_n + 30 \end{cases}$

1) Calculer les termes u_1 et u_2.
2) On pose $v_n = u_n + 375$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,08$ dont on précisera le premier terme v_0.
   b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n.
   c) Calculer le terme u_{10} au centième près.
3) On voudrait déterminer le rang n à partir duquel on a $u_n > 10\,000$.

   On écrit alors le programme suivant en langage Python dont certaines instructions ont été effacées.
   a) Recopier et compléter ce programme pour qu'il donne le rang n souhaité.
   b) Rentrer ce programme dans votre calculatrice puis exécuter ce programme et donner le résultat affiché.

```
n=0
u=100
while ....:
    n=n+1
    u=...
print(n)
```