

Devoir de MATHÉMATIQUES

À faire pour le lundi 04 MAI 2026 (NON NOTÉ)

EXERCICE 1

Assurance et coque ?

Un magasin de téléphonie mobile lance une offre sur ses smartphones de la marque Pomme vendus à 800 € : il propose une assurance complémentaire pour 50 € ainsi qu'une coque à 20 €.

Ce magasin a fait les constatations suivantes concernant les acheteurs de ce smartphone :

- 40 % des acheteurs ont souscrit à l'assurance complémentaire.
- Parmi les acheteurs qui ont souscrit à l'assurance complémentaire, 20 % ont acheté en plus la coque.
- Parmi les acheteurs qui n'ont pas souscrit à l'assurance complémentaire, deux sur trois n'ont pas acheté la coque.

On interroge au hasard un client ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.

On considère les événements suivants :

A : « le client a souscrit à l'assurance complémentaire » ;

C : « le client a acheté la coque ».

- 1) Traduite la situation par un arbre de probabilité
- 2) Calculer la probabilité que le client ait souscrit à l'assurance complémentaire et ait acheté la coque.
- 3) Montrer que $p(C) = 0,28$.
- 4) Le client interrogé a acheté la coque. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas souscrit à l'assurance complémentaire ?
- 5) On note X la variable aléatoire qui représente la dépense en euros d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.
 - a) Donner la loi de probabilité de X
 - b) Déterminer la dépense moyenne d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.

EXERCICE 2

Combien gagne un assureur

(4 points)

Une société assure annuellement les téléviseurs d'une chaîne hôtelière de luxe. Chaque téléviseur est assuré pour 40 €.

Le risque qu'un problème mineur survienne dans l'année est de 10 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 120 € (en moyenne).

Le risque qu'un problème majeur survienne dans l'année est de 2 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 1 020 € (en moyenne).

Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique annuel de l'assureur par contrat pour un téléviseur.

- 1) Quelles sont les valeurs prises par X ?
- 2) Donner la loi de probabilité de X .
- 3) Combien l'assureur peut-il espérer gagner en moyenne par contrat ?

EXERCICE 3

Maladie et test

Un maladie atteint 3 % d'une population. On dispose d'un test pour la détecter. Une étude statistique a donné les résultats suivants :

- Chez les personnes malades, 95 % des tests sont positifs.
- Chez les personnes bien portantes, 2 % des tests sont positifs.

On choisit une personne au hasard et l'on note :

- M : « la personne est malade »
- T : « la personne a été testé positive »

- 1) Traduire les données de l'énoncé avec les notations proposées puis construire l'arbre de probabilité correspondant.
- 2) a) Quelle est la probabilité que la personne soit malade et ait été testé positive ?
b) Quelle est la probabilité que la personne ait été testé positive ?
c) Quelle est la probabilité que la personne soit malade ou ait été testé positive ?
- 3) On choisit une personne ayant eu un test négatif, quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas malade ? On donnera le résultat à 10^{-3} près.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

EXERCICE 4

Urne

Une urne contient 20 boules numérotés de 1 à 20. On tire au hasard une boule de l'urne et l'on note son numéro. On pose :

- A : « le numéro est un multiple de 3 »
- B : « le numéro est strictement supérieur à 5 »

En se justifiant, répondre aux questions suivantes :

- 1) Calculer : $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$
- 2) Calculer : $p_B(A)$ et $p_A(B)$
- 3) Calculer : $p(\overline{A} \cap \overline{B})$ et $p(\overline{A} \cup \overline{B})$