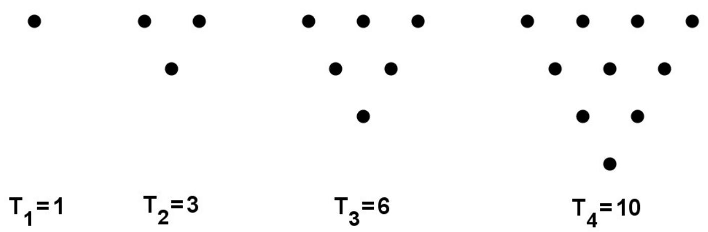
Devoir sur les fonctions et algorithme

À rendre impérativement pour le lundi 28 février 2011

Exercice 1 :

Algorithme et nombres triangulaires

Voici les quatre premiers nombres triangulaires :



1) Représenter et donner les valeurs de T_5 et T_6.
2) Écrire un algorithme qui pour un entier naturel non nul n donné, calculer et affiche les nombres triangulaires successsifs T_1, T_2, T_3, ...,T_n.
3) Rédiger le programme associé sur votre calculatrice.
4) Utiliser le programme pour trouver les valeurs de n telles que :
   $T_n \geqslant 100$ puis $T_n \geqslant 1000$.

Exercice 2 :

Algorithme et $\sqrt{7}$

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation
a prend la valeur 2
b prend la valeur 3
Traitement
Tant que $b - a \geqslant 10^{-3}$ faire
    m prend la valeur $\dfrac{a+b}{2}$
    Si $m^2 < 7$ alors
        a prend la valeur m
        sinon
        b prend la valeur m
    FinSi
FinTantque
Sorties
Afficher a, b

1) Effectuer à la mains 4 itérations en remplissant le tableau suivant :

a				
b				
m				

2) Quel est le rôle de cet algorithme ?
3) Rédiger le programme associé sur votre calculatrice, puis donner l'encadrement donné par le programme.

Exercice 3 :

Plongeur

L'altitude d'un plongeur, en mètres, repérés par rapport ua niveau de l'eau, est exprimée en fonction du temps écoulé, en secondes, depuis le départ du plongeur par :

$$h(t) = -4t^2 + 4t + 3$$

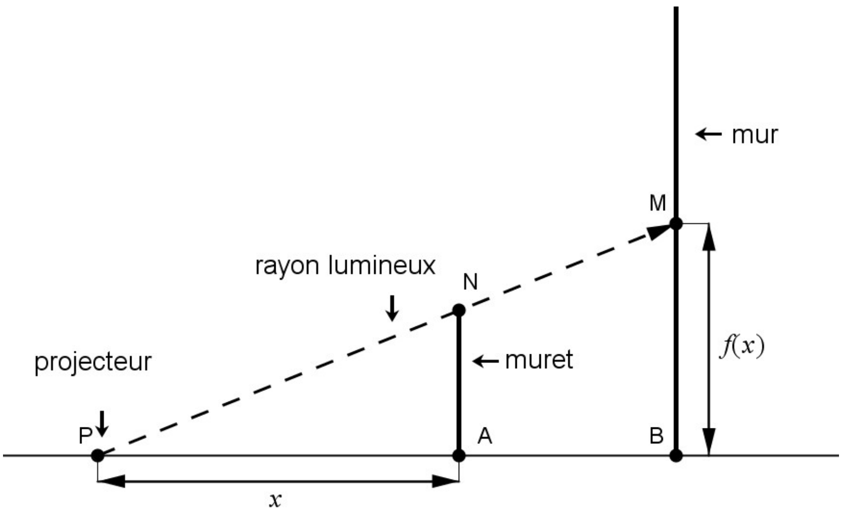
1) Vérifier que : $h(t) = -4\left(t - \dfrac{1}{2}\right)^2 + 4$
2) A quelle hauteur se trouve le plongeoir ? (on se justifiera)
3) Quelle est l'altitude maximale du plongeur ? (on se justifiera)
4) Au bout de combien de temps le plongeur arrive-t-il dans l'eau ?

Exercice 4 :

Un petit muret

Un petit muret AN de 2 mètres de hauteur est situé à 3 mètres d'un mur BM.

Au sol un projecteur mobile est dirigé sur ce muret et le mur derrière ; l'ombre du muret arrive en M sur le mur.



1) Montrer, en utilisant le théorème de Thalès, que $BM = 2 + \dfrac{6}{AP}$
2) Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2 + \dfrac{6}{x}$.
   a) Donner le tableau de variation de la fonction inverse : $\dfrac{1}{x}$.
   En déduire les variations de la fonction f.

b) Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0,5	1	2	3	6	15
$f(x)$						

c) Représenter la fonction f pour les valeurs de x situées dans l'intervalle $]0; 15]$. On prendra comme unité le cm sur les deux axes.

3) On cherche où situer le projecteur afin qu'une marque située à 3,5 m de hauteur sur le mur ne soit jamais éclairée. Quelles sont les valeurs de x possibles ?

Exercice 5 :

En musique

La fréquence de vibration f (en hertz) d'une corde tendue dépend de la longueur (en mètre) et de sa tension T (en newtons).

Pour une corde de violon (de longueur utile 33 cm), la fréquence émise est donnée par la formule :

$$f = 50\sqrt{T}$$

On considère la fonction f telle que $f(T) = 50\sqrt{T}$ sur $[0; +\infty[$.

1) Afficher à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0; 100]$.

2) Conjecturer le sens de variation de cette fonction sur $[0; +\infty[$.

3) Soit $x_2 > x_1 > 0$. Vérifier que :

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}}$$

Démontrer alors la conjecture émise au 2).

4) Déterminer la tension de cette corde pour qu'elle donne le **la** de fréquence 435 Hz, d'abord avec la calculatrice, ensuite par le calcul.