

# Contrôle de mathématiques

Correction lundi 03 octobre 2011

*L'usage de la calculatrice est interdit*

## Exercice 1

### Décomposition en nombres premiers (2 points)

1) On a les décompositions suivantes :

$$\begin{array}{r|l} 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{Donc } 756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{Donc } 315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

2) On obtient donc :  $\frac{315}{756} = \frac{5}{12}$ .

## Exercice 2

Effectuer les calculs suivants en vous justifiant et en donnant le résultat à l'aide d'une fraction irréductible. (5 points)

$$1) A = \frac{9}{3} - \frac{5}{6} + \frac{4}{15} = \frac{90 - 25 + 8}{30} = \frac{73}{30}$$

$$2) B = \frac{14}{9} + \frac{3}{4} \times \frac{20}{9} - 2 = \frac{14}{9} + \frac{5}{3} - 2 = \frac{14 + 15 - 18}{9} = \frac{11}{9}$$

$$3) C = \frac{42}{55} \times \frac{22}{49} \times \frac{7}{18} = \frac{6 \times 7 \times 2 \times 11 \times 7}{5 \times 11 \times 7^2 \times 3 \times 6} = \frac{2}{15}$$

$$4) D = \frac{\frac{-2}{5} + \frac{5}{2}}{\frac{-3}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{-4 + 25}{10}}{\frac{-3 + 2}{4}} = \frac{21}{10} \times \frac{4}{-1} = -\frac{42}{5}$$

$$5) E = \frac{27^3 \times 16 \times 5^2}{6^5 \times 15^3} = \frac{3^9 \times 2^4 \times 5^2}{2^5 \times 3^5 \times 3^3 \times 5^3} = \frac{3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$

## Exercice 3

### Nombres rationnels et nombres décimaux. (3 points)

- Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme le rapport de deux entiers.  
Un nombre rationnel est décimal si le dénominateur de sa fraction irréductible n'est composé que de puissance de 2 ou de 5.
- Ainsi

- a)  $\frac{13}{20} = \frac{13}{2^2 \times 5}$  est un décimal
- b)  $\frac{20}{13}$  n'est pas un décimal
- c)  $\frac{91}{35} = \frac{13}{5}$  est un décimal
- d)  $\frac{60}{72} = \frac{5}{2 \times 3}$  n'est pas un décimal

### Exercice 4

#### Notation scientifique (3 points)

1) On a les écritures scientifiques suivante :

$$\pencil A = 2,54 \times 10^{10} \quad \pencil B = 2,5 \times 10^{-5} \quad \pencil C = 3 \times 10^{-4}$$

2) On a les écritures décimales suivantes :

$$\pencil D = 3\,570 \quad \pencil E = 0,005\,321 \quad \pencil F = 76\,010\,000$$

### Exercice 5

#### Rationnel non décimal. (4 points)

1. Le but de cette question est de produire l'écriture décimale périodique de  $\frac{25}{13}$

- a) La 16<sup>e</sup> décimale de l'écriture décimale de  $\frac{25}{13}$  est : 0
- b) L'écriture décimale périodique de  $\frac{25}{13}$  est :  $1,923\,076\,923\,076\,\dots = 1,\overline{923076}$ .
- c) Lorsque l'on divise par 13, on ne peut avoir que 12 restes non nuls possibles. Le premier reste est en A2, donc en A14 (13<sup>e</sup> reste) est un reste déjà obtenu.

2. a)  $100a - a = 452,\overline{52} - 4,\overline{52} = 448$

b) On en déduit alors que :  $99a = 448 \Leftrightarrow a = \frac{448}{99}$

### Exercice 6

#### Simplifier les nombres suivants : (3 points)

1)  $A = 3\sqrt{50} + 2\sqrt{18} - 7\sqrt{2} = 15\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$

2)  $B = (1 + 3\sqrt{3})(-2 + \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 9 = 7 - 5\sqrt{3}$

3)  $C = \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} = \frac{3 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2}{2} = \frac{5 - 3\sqrt{3}}{2}$