

Correction du contrôle

du lundi 14 novembre 2011

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : (3 points)

a) On a :

$$\begin{aligned} 4(2x - 1) - 7(4x + 2) &= -6(x - 1) + 4 \\ 8x - 4 - 28x - 14 &= -6x + 6 + 4 \\ 8x - 28x + 6x &= 4 + 14 + 6 + 4 \\ -14x &= 28 \\ x &= -2 \quad S = \{-2\} \end{aligned}$$

b) On a :

$$\begin{aligned} \frac{3x+1}{4} - \frac{5x-7}{3} &= \frac{2x+5}{12} + x - 2 \\ (\times 12) \quad 9x + 3 - 20x + 28 &= 2x + 5 + 12x - 24 \\ 9x - 20x - 2x - 12x &= -3 - 28 + 5 - 24 \\ -25x &= -50 \\ x &= 2 \quad S = \{2\} \end{aligned}$$

c) On obtient en développant (les x^2 s'annulent)

$$\begin{aligned} (x-1)(4x+3) &= (2x+5)^2 \\ 4x^2 + 3x - 4x - 3 &= 4x^2 + 20x + 25 \\ 3x - 4x - 20x &= 3 + 25 \\ -21x &= 28 \\ x &= -\frac{4}{3} \quad S = \left\{-\frac{4}{3}\right\} \end{aligned}$$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en ayant soin de factoriser lorsque cela est nécessaire. (5 points)

a) Produit nul. On annule chaque terme :

$$\begin{aligned} x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad 2 - x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 7 = 0 \\ x = -5 \quad \text{ou} \quad x = 2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$S = \left\{-5; 2; \frac{7}{2}\right\}$$

b) On factorise :

$$\begin{aligned}(x+5)^2 &= (x+5)(2x+1) \\ (x+5)^2 - (x+5)(2x+1) &= 0 \\ (x+5)(x+5-2x-1) &= 0 \\ (x+5)(-x+4) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x+5=0 &\text{ ou } -x+4=0 \\ x=-5 &\text{ ou } x=4\end{aligned}$$

$$S = \{-5; 4\}$$

c) On factorise :

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= 0 \\ x+3=0 &\text{ soit } x=-3 \quad S = \{-3\}\end{aligned}$$

d) On factorise :

$$\begin{aligned}(5x-1)(x+3) + 3(25x^2-1) &= 0 \\ (5x-1)(x+3) + 3(5x-1)(5x+1) &= 0 \\ (5x-1)(x+3+15x+3) &= 0 \\ (5x-1)(16x+6) &= 0 \\ (\div 2) (5x-1)(8x+3) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x-1=0 &\text{ ou } 8x+3=0 \\ x=\frac{1}{5} &\text{ ou } x=-\frac{3}{8}\end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{8}; \frac{1}{5} \right\}$$

e) Égalité de deux carrés :

$$\begin{aligned}-3x+5=7x+8 &\text{ ou } -3x+5=-7x-8 \\ -10x=3 &\text{ ou } 4x=-13 \\ x=-\frac{3}{10} &\text{ ou } x=-\frac{13}{4}\end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{13}{4}; -\frac{3}{10} \right\}$$

Exercice 3

Résoudre dans l'ensemble de définition que l'on déterminera. (3 points)

a) On a : $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$ on fait un produit en croix

$$\begin{aligned}x \in D_f, \quad 2(5x+1) &= 3(x+3) \\ 10x+2 &= 3x+9 \\ 7x &= 7 \\ x=1 &\text{ or } 1 \in D_f \quad \text{donc } S = \{1\}\end{aligned}$$

b) On a : $D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$ on fait un produit en croix

$$\begin{aligned} x \in D_f, \quad (1 - 2x)(2 + x) &= (2 - x)(3 + 2x) \\ 2 + x - 4x - 2x^2 &= 6 + 4x - 3x - 2x^2 \\ x - 4x - 4x + 3x &= -2 + 6 \\ -4x &= 4 \\ x &= -1 \quad \text{or} \quad -1 \in D_f \quad \text{donc} \quad S = \{-1\} \end{aligned}$$

c) On a : $D_f = \mathbb{R} - \{-2; 0\}$

$$\begin{aligned} x \in D_f, \quad (x(x+2)) \quad x^2 - 2x(x+2) &= (-x+4)(x+2) \\ x^2 - 2x^2 - 4x &= -x^2 - 2x + 4x + 8 \\ -4x + 2x - 4x &= 8 \\ -6x &= 8 \\ x &= -\frac{4}{3} \quad \text{or} \quad -\frac{4}{3} \in D_f \quad \text{donc} \quad S = \left\{-\frac{4}{3}\right\} \end{aligned}$$

Exercice 4

Forme développée et forme factorisée (5 points)

Soit le polynôme : $E(x) = (5x - 3)^2 - 2(x - 1)(5x - 3)$ **Forme 1**

1) a) On obtient :

$$\begin{aligned} E(x) &= 25x^2 - 30x + 9 + (-2x + 2)(5x - 3) \\ &= 25x^2 - 30x + 9 - 10x^2 + 6x + 10x - 6 \\ &= 15x^2 - 14x + 3 \quad \text{Forme 2} \end{aligned}$$

b) On obtient :

$$\begin{aligned} E(x) &= (5x - 3)(5x - 3 - 2x + 2) \\ &= (5x - 3)(3x - 1) \quad \text{Forme 3} \end{aligned}$$

2) A l'aide de la forme la plus appropriée, résoudre les équations suivantes :

a) $E(x) = 0$, on utilise la forme 3

$$\begin{aligned} (5x - 3)(3x - 1) &= 0 \\ 5x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 1 = 0 \\ x = \frac{3}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3} \\ S &= \left\{\frac{1}{3}; \frac{3}{5}\right\} \end{aligned}$$

b) $E(x) = 3$, on utilise la forme 2

$$\begin{aligned} 15x^2 - 14x + 3 &= 3 \\ 15x^2 - 14x &= 0 \\ x(15x - 14) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 15x - 14 = 0$$

$$x = \frac{14}{15}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{14}{15} \right\}$$

c) $E(x) = 5x - 3$, on utilise la forme 1

$$(5x - 3)^2 - 2(x - 1)(5x - 3) = 5x - 3$$

$$(5x - 3)^2 - 2(x - 1)(5x - 3) - (5x - 3) = 0$$

$$(5x - 3)(5x - 3 - 2x + 2 - 1) = 0$$

$$(5x - 3)(3x - 2) = 0$$

$$5x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{5}; \frac{2}{3} \right\}$$

Exercice 5

Problèmes. (4 points)

a) Soit x : somme en € contenue dans mon porte-monnaie. On a alors :

$$\frac{1}{3}x + 40 = \frac{1}{2}x + 30$$

$$(\times 6) \quad 2x + 240 = 3x + 180$$

$$-x = -60$$

$$x = 60$$

Il y a donc 60 € dans mon porte-monnaie.

b) **Comptez les voix.**

Soit x : nombre de voix obtenues par le vainqueur. On a alors :

$$x + (x - 22) + (x - 30) + (x - 73) = 5\,219$$

$$4x - 22 - 30 - 73 = 5\,219$$

$$4x = 5\,344$$

$$x = 1\,336$$

Le vainqueur a remporté le scrutin avec 1 336 voix. Ses concurrents ont obtenus respectivement 1 314, 1 306, 1 263 voix.