Correction contrôle de mathématiques

Du lundi 14 janvier 2013

Exercice 1

Cours **(1 point)**

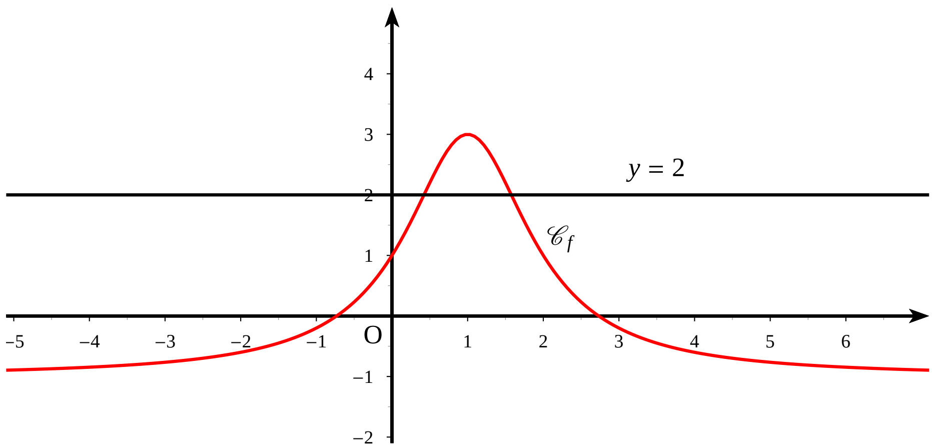
On dit qu'une fonction f est stricetment croissante sur un intervalle I si, et seulement si, pour tous x_1 et x_2 de I, on a :

$$x_1 > x_2 \quad \text{alors} \quad f(x_1) > f(x_2)$$

Exercice 2

Avec la calculette **(4 points)**

1) On obtient la représentation suivante :



2) On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	-1 ↗	3	↘ -1

3) On a deux solutions à l'équation : $f(x) = 2$. Pour déterminer le nombre de solutions, on trace la droite $y = 1$ et on cherche le nombre de points d'intersection entre la droite et la courbe $\mathscr{C}_f$

4) On trouve les encadrements des solutions suivants :

$$0,422 < x_1 < 0,423 \quad \text{et} \quad 1,577 < x_2 < 1,578$$

Exercice 3

Tableau de variation **(4 points)**

1) On a : $f(4) = 2$. L'image de 4 est donc 2.

2) On a : $f(5) > f(7)$ car la fonction f est strictement décroissante dans l'intervalle [4 ;8].

3) On peut comparer $f(0)$ et $f(5)$ car $f(0) = -2$ et $f(5) \in [-1;2]$. On a donc : $f(0) < f(5)$.
4) L'équation $f(x) = 0$ a 3 solutions dans les intervalles respectifs : $[-5;0]$, $[0;4]$ et $[4;8]$.

Exercice 4

Proportionnalité **(1 point)**

On peut calculer le nombre de litres x et le montant en euros y avec des tableaux de proportionnalité :

litres	gallons
53	14
x	10,5

$$x = \frac{53 \times 10,5}{14}\ \ell$$

dollars	euros
500	420
13,44	y

$$y = \frac{420 \times 13,44}{500}\ €$$

On a alors prix p du litre en euro : $p = \dfrac{y}{x} = \dfrac{420 \times 13,44}{500} \times \dfrac{14}{53 \times 10,5} \simeq 0,284\ €$

28 centimes d'euros le litre. Pas cher !

Exercice 5

Fonction affine **(3 points)**

Si f est une fonction affine, f est du type : $f(x) = ax + b$. On détermine alors a et b dans chacun des cas proposés.

1) $a = \dfrac{f(4) - f(-3)}{4 - (-3)} = \dfrac{9 + 19}{7} = 4$ et $b = f(4) - 4a = 9 - 16 = -7$

On a donc : $f(x) = 4x - 7$

2) $a = \dfrac{g(9) - g(3)}{9 - 3} = \dfrac{8 - 4}{6} = \dfrac{2}{3}$ et $b = g(3) - 3a = 4 - 2 = 2$

On a donc : $g(x) = \dfrac{2}{3}x + 2$

3) $a = \dfrac{h(2) - h(-1)}{2 - (-1)} = \dfrac{-4 - 32}{3} = -12$ et $b = h(2) - 2a = -4 + 24 = 20$

On a donc : $h(x) = -12x + 20$

Exercice 6

Fonctions affines et droites **(1,5 points)**

On obtient l'expression des fonctions suivantes :

- $f_1(x) = \dfrac{2}{3}x - 1$
- $f_2(x) = -2x + 2$
- $f_3(x) = \dfrac{1}{3}x + 3$

Exercice 7

Tarifs de piscine **(5,5 points)**

1) Si Paul va à la piscine une fois par mois, cela fait 12 entrées annuelles. On obtient alors :
   - Pour le tarif 1 : 120 €
   - Pour le tarif 2 : $30 + 1,5 \times 12 = 48$ €
   - Pour le tarif 3 : $3 \times 12 = 36$ €

   Le tarif 3 est donc le plus avantageux.

2) a) $t_1(x) = 120$

   b) $t_2(x) = 1,5x + 30$

   c) $t_3(x) = 3x$

3) Voir annexe 2. Pour tracer les fonction t_2 et t_3, on peut prendre les points suivants :
   - Pour t_2 : $t_2(0) = 30$ et $t_2(100) = 180$ donc A(0 ;30) et B(100 ;180)
   - ¨Pour t_3 : passe par l'origine et $t_3(80) = 240$ donc C(80 ;240)

4) a) D'après le graphique, on obtient :
   - Pour moins de 20 entrées annuelle, le tarif 3 est plus avantageux.
   - Pour un nombre d'entrées annuelles compris entre 20 et 60, le tarif 2 est plus avantgeux.
   - Au delà de 60 entrées annuelles, le tarifs 1 est plus avantageux.

   b) Si Paul va 1 fois par semaine à la piscine, il devra choisir le tarif 2 (52 entrées), s'il va deux fois par semaine, ildevra choisir le tarif 1 (104 entrées).

   c) Sachant que 52 entrées est proche de 60 et que Paul pourrait aller parfois à la piscine deux fois par semaine, je lui conseillerai de prendre un abonnement annuel soit le tarif 1.

Annexe 2 (Exercice 7)
(A rendre avec la copie)