

# Correction contrôle de mathématiques

Lundi 30 septembre 2013

*L'usage de la calculatrice est interdit*

## EXERCICE 1

Décomposition en nombres premiers

(2 points)

1) On a les décompositions suivantes :

$$\begin{array}{r|l} 9\,240 & 2 \\ 4620 & 2 \\ 2310 & 2 \\ 1155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{Donc } 9\,240 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\text{Donc } 3960 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$2) \text{ On obtient donc : } \frac{9\,240}{3\,960} = \frac{2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} = \frac{7}{3}.$$

## EXERCICE 2

Effectuer les calculs suivants en vous justifiant et en donnant le résultat à l'aide d'une fraction irréductible.

(5 points)

$$1) A = \frac{1}{5} - \frac{7}{10} + \frac{7}{3} = \frac{6 - 21 + 70}{30} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$

$$2) B = \frac{7}{5} \times \frac{3}{49} - \frac{3}{7} = \frac{3}{35} - \frac{3}{7} = \frac{3 - 15}{35} = -\frac{12}{35}$$

$$3) C = \frac{13}{8} \times \frac{15}{26} \times \frac{56}{9} = \frac{13 \times 3 \times 5 \times 2^3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 26 \times 3^2} = \frac{35}{6}$$

$$4) D = \frac{3 \times \frac{3}{4}}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{8+5}{8}} = \frac{9}{13} = \frac{9}{4} \times \frac{8}{13} = \frac{18}{13}$$

$$5) E = \frac{6^3 \times 15^2 \times 14^3}{8^3 \times 35^2 \times 7^2} = \frac{(2 \times 3)^3 \times (3 \times 5)^2 \times (2 \times 7)^3}{(2^3)^3 \times (5 \times 7)^2 \times 7^2} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 2^3 \times 7^3}{2^9 \times 5^2 \times 7^2 \times 7^2}$$

$$= \frac{2^6 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^3}{2^9 \times 5^2 \times 7^4} = \frac{3^5}{2^3 \times 7} = \frac{243}{56}$$

**EXERCICE 3****Nombres rationnels et nombres décimaux.****(3 points)**

- 1) Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme le rapport de deux entiers.  $\sqrt{2}$  n'est pas un nombre rationnel car il ne peut s'écrire comme le rapport de deux entiers. (démonstration par l'absurde)
- 2) Parmi les fractions suivantes, une seule ne représente pas un nombre décimal. Laquelle ? Pourquoi ?
- a)  $-\frac{1}{2} = 0,5$  est un nombre décimal
- b)  $-\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = -\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = -\frac{3}{2} = 1,5$  est un nombre décimal
- c)  $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 3}$  n'est pas un nombre décimal (à cause de 3 au dénominateur)
- d)  $\frac{1}{4} = 0,25$  est un nombre décimal

**EXERCICE 4****Notation scientifique (3 points)**

- 1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

•  $A = 4,39 \times 10^7$       •  $B = 6,57 \times 10^{-8}$       •  $C = 1,84 \times 10^3$

- 2) Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

•  $D = 5\,678\,000\,000$       •  $E = 0,000\,602$       •  $F = 0,000\,123\,4$

**EXERCICE 5****Rationnel non décimal.****(4 points)**

- 1) Le but de cette question est de produire l'écriture décimale périodique de  $\frac{237}{13}$
- a) La 15<sup>e</sup> décimale de l'écriture décimale de  $\frac{237}{13}$  est : 0 (B17)
- b)  $\frac{237}{13} = 18,230\overline{769}$ .
- c) Lorsque l'on divise par 13, on ne peut avoir que 12 restes non nuls possibles. Le premier reste est en A2, donc en A(2 + 12) = A14 (13<sup>e</sup> reste) est un reste déjà obtenu. Il s'agit de 3
- d) Par contre, on ne pouvait prévoir que l'on obtiendrait un reste déjà obtenu avant le 13<sup>e</sup> reste. Le "3" en A8 n'était pas prévisible.
- 2) a) On calcule :  $100a - a = 1490,\overline{90} - 14,\overline{90} = 1476$
- b) On en déduit alors que :  $99a = 1476 \Leftrightarrow a = \frac{1476}{99} = \frac{164}{11}$

**EXERCICE 6****Radicaux****(3 points)**

1) a)  $A = 5\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 2\sqrt{80} = 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 13\sqrt{5}$

b)  $B = \frac{1 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3}{4 - 3} = 5 - 3\sqrt{3}$

2) On a :

$$C = (\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{6} + 3 - 6 - 3\sqrt{6} = -3 - 2\sqrt{6}$$

$$D = (3 - 2\sqrt{3})^2 = 9 - 12\sqrt{3} + 12 = 21 - 12\sqrt{3}$$