

Correction contrôle de mathématiques

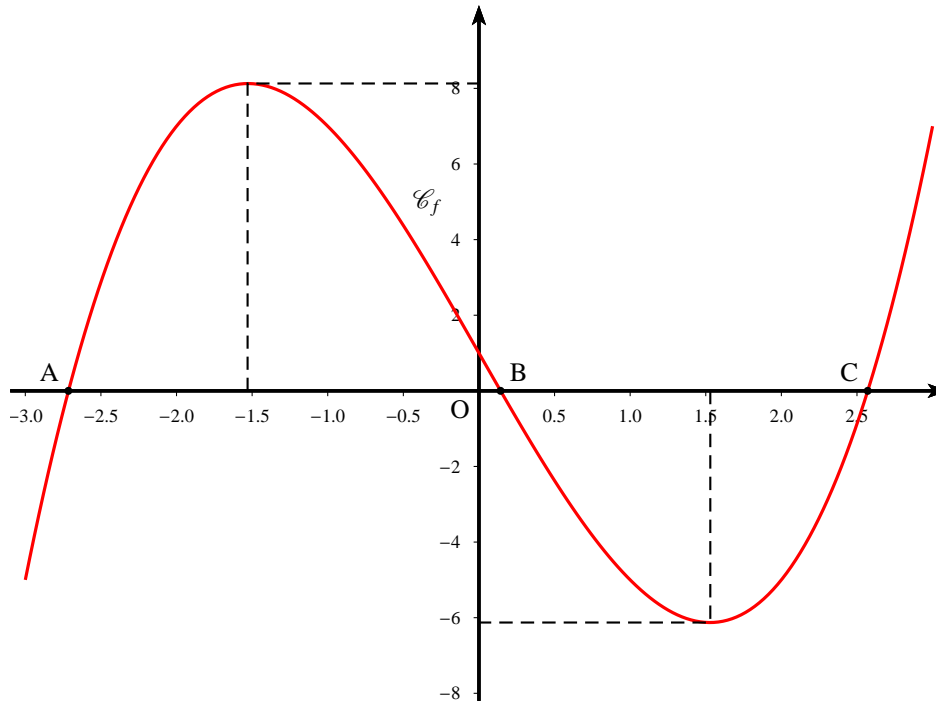
Du lundi 20 janvier 2014

EXERCICE 1

Avec la calculette

(5 points)

1) On obtient la représentation suivante :



2) On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$-1,53$	$1,53$	$+\infty$
$f(x)$		$8,13$	$-6,13$	

\nearrow \searrow \nearrow

3) a) Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ on cherche les abscisses des points d'intersection entre la courbe \mathcal{C} et l'axe des abscisses. On trouve trois points d'intersection, il y a donc trois solutions.

b) Pour déterminer les valeurs approchées des abscisses des points A, B et C avec la calculette, on va dans [calculs] et on choisit "zero" et l'on sélectionne le curseur un peu avant puis un peu après. On trouve alors les valeurs approchées suivantes au centième :

$$x_A = -2,71 \quad x_B = 0,14 \quad x_C = 2,57$$

4) Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$ on cherche les abscisses des points de la courbe \mathcal{C} qui sont au dessus ou sur l'axe des abscisses. On trouve alors :

$$S = [-2,71; 0,14] \cup [2,57; +\infty[$$

EXERCICE 2**Tableau de variation****(4 points)**

- 1) L'image de 5 est : 1 (on a $f(5) = 1$)
- 2) $f(3) > f(5)$ car la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[3 ; 5]$. On peut donc en déduire que : $a > 1$
- 3) $f(6) \in]1 ; 5[$ car la fonction f varie de 1 à 5 lorsque x varie de 5 à 7.
- 4) L'équation $f(x) = 4$ a :
 - 1 solution si $1 < a < 4$
 - 2 solutions si $a = 4$
 - 3 solutions si $a > 4$

EXERCICE 3**Proportionnalité****(1 point)**

On a :

- En 5 minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de 50 journaux.
- Donc en $5 \times 3 = 15$ minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de $50 \times 3 = 150$ journaux.
- Et donc en 15 minutes, 3 machines d'imprimerie effectue le tirage de $150 \times 3 = 450$ journaux.

EXERCICE 4**Fonction affine****(3,5 points)**

Si f est une fonction affine, f est du type : $f(x) = ax + b$. On détermine alors a et b dans chacun des cas proposés.

$$1) a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{3 - (-7)}{5} = 2 \quad \text{et} \quad b = f(3) - 3a = 3 - 6 = -3$$

$$\text{On a donc : } f(x) = 2x - 3$$

$$2) a = \frac{g(3) - g(-6)}{3 - (-6)} = \frac{1 - 3}{9} = -\frac{2}{9} \quad \text{et} \quad b = g(3) - 3a = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{On a donc : } g(x) = -\frac{2}{9}x + \frac{5}{3}$$

$$3) a = \frac{h(4) - h(1)}{4 - 1} = \frac{-17 - (-2)}{3} = -5 \quad \text{et} \quad b = h(1) - a = -2 + 5 = 3$$

$$\text{On a donc : } h(x) = -5x + 3$$

$$4) a = \frac{k(5) - k(2)}{5 - 2} = \frac{k(5) - k(2)}{3} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad b = k(1) - a = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{On a donc : } k(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

EXERCICE 5**Fonctions affines et droites****(1,5 points)**

On obtient l'expression des fonctions suivantes :

• $f_1(x) = \frac{2}{3}x + 2$

• $f_2(x) = -x + 4$

• $f_3(x) = 2x - 5$

EXERCICE 6**Tarifs de bibliothèque****(5 points)**

1) a) $f(x) = 0,5x$

b) $g(x) = 0,2x + 7,5$

c) $h(x) = 15,5$

2) Voir annexe 2. Pour tracer les fonction f et g , on peut prendre les points suivants :

• Pour f : passe par l'origine et $f(50) = 25$ donc $A(50;25)$

• Pour g : $g(0) = 7,5$ et $g(50) = 17,5$ donc $B(0;7,5)$ et $C(50;17,5)$

3) a) D'après le graphique, on obtient :

• Pour moins de 25 livres empruntés, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 1.

• Pour un nombre de livres empruntés compris entre 25 et 40, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 2.

• Au delà de 40 livres empruntés, le tarif le plus avantageux correspond à la formule 3

b) La personne prendra :

• La formule 3, si elle emprunte un livre par semaine (correspond à 52 livres annuels)

• La formule 2, si elle n'emprunte qu'un livre tous les 15 jours (correspond à 26 livres). On peut noter qu'elle pourrait hésiter avec la formule 1, si elle pense ne pas emprunter des livres pendant les vacances par exemple.

4) On vérifie les résultats de la question 3a), en calculant les abscisses des points I et J.

• Pour I, on a : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x = 0,2x + 7,5 \Leftrightarrow 0,3x = 7,5 \Leftrightarrow x = \frac{7,5}{0,3} = 25$

• Pour J, on a : $g(x) = h(x) \Leftrightarrow 0,2x + 7,5 = 15,5 \Leftrightarrow 0,2x = 15,5 - 7,5 \Leftrightarrow x = \frac{8}{0,2} = 40$

Annexe 2 (Exercice 6)
(A rendre avec la copie)