

Correction contrôle de mathématiques

Du jeudi 13 novembre 2014

EXERCICE 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

(4 points)

1) $2x - 5 - (4x - 1) = 3x + 2(7 - 2x) + 1$, on a alors :

$$\begin{aligned} 2x - 5 - 4x + 1 &= 3x + 14 - 4x + 1 \\ 2x - 4x - 3x + 4x &= 5 - 1 + 14 + 1 \\ -x &= 19 \\ x &= -19 \quad S = \{-19\} \end{aligned}$$

2) $1 + \frac{1}{4}(3x - 4) + \frac{3x}{2} = \frac{5 - 3x}{8}$, on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 8) \quad 8 + 2(3x - 4) + 12x &= 5 - 3x \\ 8 + 6x - 8 + 12x &= 5 - 3x \\ 6x + 12x + 3x &= -8 + 8 + 5 \\ 21x &= 5 \\ x &= \frac{5}{21} \quad S = \left\{ \frac{5}{21} \right\} \end{aligned}$$

3) $\frac{5x - 4}{3} - \frac{7x + 5}{12} = \frac{3x - 7}{2} + \frac{x - 2}{6}$, on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 12) \quad 4(5x - 4) - 7x - 5 &= 6(3x - 7) + 2(x - 2) \\ 20x - 16 - 7x - 5 &= 18x - 42 + 2x - 4 \\ 20x - 7x - 18x - 2x &= 16 + 5 - 42 - 4 \\ -7x &= -25 \\ x &= \frac{25}{7} \quad S = \left\{ \frac{25}{7} \right\} \end{aligned}$$

4) $(3x + 1)(2 + 2x) - 6x^2 = 1 + 8x$, on a alors :

$$\begin{aligned} 6x + 6x^2 + 2 + 2x - 6x^2 &= 1 + 8x \\ 8x + 2 &= 1 + 8x \\ 0x &= -1 \\ \text{Impossible, } \forall x \in \mathbb{R} \quad S &= \emptyset \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

(5 points)

1) $7(2 - 5x)(3x + 1) = 0 = 0$ Équation produit :

$$2 - 5x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{2}{5} \right\}$$

2) $(x + 4)(5x - 3) - 2(x + 3)(x + 4) = 0$ On factorise par $(x + 4)$:

$$(x + 4)[(5x - 3) - 2(x + 3)] = 0$$

$$(x + 4)(5x - 3 - 2x - 6) = 0$$

$$(x + 4)(3x - 9) = 0$$

$$3(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -4 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

$$S = \{-4; 3\}$$

3) $(3x + 1)^2 = (4 - x)(3x + 1)$ On annule le second membre et on factorise par $3x + 1$:

$$(3x + 1)^2 - (4 - x)(3x + 1) = 0$$

$$(3x + 1)[(3x + 1) - (4 - x)] = 0$$

$$(3x + 1)(3x + 1 - 4 + x) = 0$$

$$(3x + 1)(4x - 3) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 3 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{3}{4} \right\}$$

4) $x(x - 2) + (x - 2) - (x - 2)(7x + 9) = 0$ On factorise par $x - 2$:

$$(x - 2)[x + 1 - (7x + 9)] = 0$$

$$(x - 2)(x + 1 - 7x - 9) = 0$$

$$(x - 2)(-6x - 8) = 0$$

$$-2(x - 2)(3x + 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 4 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{4}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{4}{3}; 2 \right\}$$

5) $(7x + 3)^2 = (x - 1)^2$ Égalité de deux carrés :

$$7x + 3 = x - 1 \quad \text{ou} \quad 7x + 3 = -x + 1$$

$$7x - x = -3 - 1 \quad \text{ou} \quad 7x + x = -3 + 1$$

$$6x = -4 \quad \text{ou} \quad 8x = -2$$

$$x = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{1}{4} \right\}$$

6) $4x^2 - 25 - (2x + 5)(7 - x) = 0$ On met en évidence un facteur commun :

$$(2x - 5)(2x + 5) - (2x + 5)(7 - x) = 0$$

$$(2x + 5)[(2x - 5) - (7 - x)] = 0$$

$$(2x + 5)(3x - 12) = 0$$

$$3(2x + 5)(x - 4) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$x = -\frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{2}; 4 \right\}$$

EXERCICE 3

Équation du troisième degré.

(3 points)

1) Résoudre dans \mathbb{R} : $(9x^2 - 12x + 4)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow (3x - 2)^2(x + 3) = 0$

$$\begin{aligned} (3x - 2)^2 = 0 & \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0 \\ x = \frac{2}{3} & \quad \text{ou} \quad x = -3 \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{2}{3} \right\}$$

2) a) Développer, réduire et ordonner : $P(x) = (3 - x)(4x + 1)(3x + 2)$

$$P(x) = (12x + 3 - 4x^2 - x)(3x + 2)$$

$$= (-4x^2 + 11x + 3)(3x + 2)$$

$$= -12x^3 - 8x^2 + 33x^2 + 22x + 9x + 6$$

$$= -12x^3 + 25x^2 + 31x + 6$$

b) Du a) on déduit que :

$$-12x^3 + 25x^2 + 31x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3 - x)(4x + 1)(3x + 2) = 0$$

On obtient les solutions suivantes :

$$3 - x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 2 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{1}{4}; 3 \right\}$$

EXERCICE 4

Forme développée, semi-développée et factorisée

(4 points)

1) a) On a :

$$E(x) = 9x^2 - 24x + 16 - (4x^2 - 20x + 25)$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 - 4x^2 + 20x - 25$$

$$= 5x^2 - 4x - 9$$

b) On factorise par une différence de deux carrés

$$\begin{aligned} E(x) &= [(3x - 4) - (2x - 5)][(3x - 4) + (2x - 5)] \\ &= (3x - 4 - 2x + 5)(3x - 4 + 2x - 5) \\ &= (x + 1)(5x - 9) \end{aligned}$$

2) a) $E(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(5x - 9) = 0$

$$\begin{aligned} x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 9 = 0 \\ x = -1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -1; \frac{9}{5} \right\}$$

b) $E(x) = -9 \Leftrightarrow 5x^2 - 4x - 9 = -9 \Leftrightarrow x(5x - 4) = 0$

$$\begin{aligned} x = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 4 = 0 \\ x = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{4}{5} \right\}$$

c) $E(x) = (2x - 5)(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)(5x - 9) = (2x - 5)(x + 1)$

$$\begin{aligned} (x + 1)(5x - 9) - (2x - 5)(x + 1) &= 0 & x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 4 = 0 \\ (x + 1)(5x - 9 - 2x + 5) &= 0 & x = -1 & \quad x = \frac{4}{3} \\ (x + 1)(3x - 4) &= 0 \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -1; \frac{4}{3} \right\}$$

EXERCICE 5

Problèmes.

(4 points)

1) Soit x : l'âge actuel de la fille

$$\begin{aligned} (x + 26) + 12 &= 2(x + 12) \\ x + 38 &= 2x + 24 \\ x - 2x &= -38 + 24 \\ -x &= -14 \quad \Leftrightarrow \quad x = 14 \end{aligned}$$

La fille a 14 ans.

2) Soit x : le prix du nouveau véhicule en €.

$$\begin{aligned} x &= 3\,790 + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} \\ (\times 4) \quad 4x &= 15\,160 + x + 2x \\ 4x - x - 2x &= 15\,160 \quad \Leftrightarrow \quad x = 15\,160 \end{aligned}$$

Le nouveau véhicule coûte 15 160 €.

Le montant de la somme empruntée vaut : $\frac{15\,160}{2} = 7\,580$ €