# Repèrage dans le plan

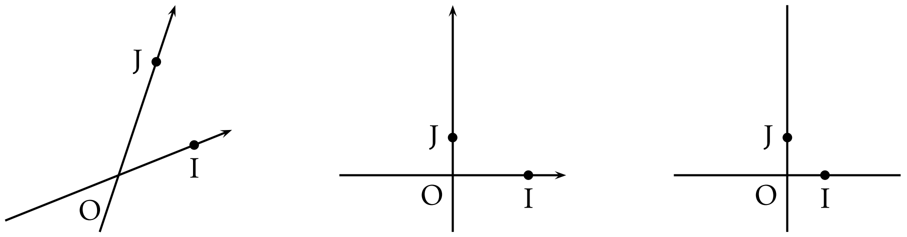
## I- Repérage dans le plan

### 1) Notion de repère

**Définition (Repère):**
Soient O, I, J trois points distincts et non alignés du plan. Ces trois points définissent deux directions, les droites (OI) et (OJ), et deux unités, les distances OI et OJ. Le triplet $(O, I, J)$ constitue alors un **repère cartésien** du plan.

- le point O est appelé **origine** du repère ;
- la droite (OI) est appelée **axe des abscisses** ;
- la droite (OJ) est appelée **axe des ordonnées**.

**Définition (Repère orthogonal - Orthonormal):**
Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, alors le repère est dit **orthogonal**.
Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et si en plus OI=OJ, alors le repère est dit **orthonormal**.

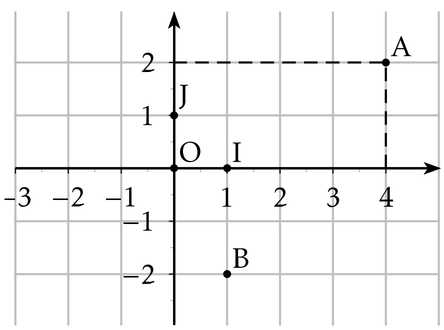



Repère quelconque    Repère orthogonal    Repère orthonormé

### 2) Coordonnées de points

**Définition (Coordonnée dun point):**
Dans un repère, tout point M du plan est repéré par un couple de nombres réels $(x, y)$ qu'on appelle ses **coordonnées**.
Le nombre $x$ est l'**abscisse** du point M. On le note souvent $x_M$.
Le nombre $y$ est l'**ordonnée** du point M. On le note souvent $y_M$.
On note $M(x_M\ ;\ y_M)$.

**Exemple 1:**




1) Lire les coordonnées de A, B, I, J et O.
2) Placer les points $C(-2; 1)$ et $D(-3; -2)$

**Remarque:**
On écrit toujours l'abscisse en premier et l'ordonnée en second. Sur la figure, on peut voir que le point repéré par les coordonnées $(-2,1)$, qui est le point C, n'est pas le même que le point repéré par les coordonnées $(1,-2)$, qui est le point B.

## II- Milieu d'un segment

### 1) Exemple

Sur le graphique précédent placer les points K et L milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. Lire leur coordonnées.
Existe-t-il un lien entre les coordonnées de K et celles de [AB] ?

### 2) Propriété

**Propriété (Coordonnées du milieu d'un segment):**
Dans le plan muni d'un repère quelconque $(O,I,J)$, on considère les points $A(x_A;y_A)$, et $B(x_B;y_B)$ Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

**Exemple 2:**
Soit $R(5;7)$ et $S(3;9)$. Les coordonnées du point I milieu de [RS] sont

$$I\left(\frac{x_R+x_S}{2}\ ;\ \frac{y_R+y_S}{2}\right)$$
$$I\left(\frac{5+3}{2}\ ;\ \frac{7+9}{2}\right)$$
$$I(4;8)$$

**Remarque:**
Le milieu du segment [AB] est en quelque sorte la moyenne des deux points. Ses coordonnées sont les moyennes des coordonnées des extrémités du segment.

### 3) Applications

**Exemple 3:**
Dans un repère $(O,I,J)$ on place les points $D(-2;1)$, $E(3;3)$, $F(1;-1)$ et $G(-4;-3)$.
Quelle est la nature du quadrilatère DEFG ?

**Exemple 4:**
Soit $A(-3;4)$ et $B(2;1)$. Calculer les coordonnées de $A'$ symétrique de A par rapport à B.

### 4) Avec un algorithme

**Algorithme 1 :** Milieu d'un segment.

**Variables** : $x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$, $x_I$, $y_I$
**Entrées** : $x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$
**Traitement**
$x_I \leftarrow \frac{x_A+x_B}{2}$
$y_I \leftarrow \frac{y_A+y_B}{2}$
**Fin**
**Sorties** : On affiche les valeurs de $x_I$ et de $y_I$

# III- Distance entre deux points

## 1) Exemple

Soit A(2; 3) et B(5; 4). Calculer la distance AB.

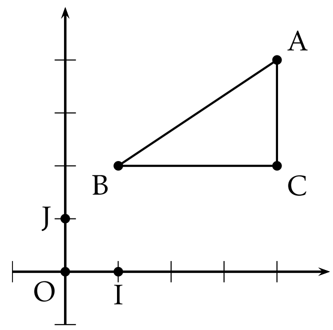
## 2) Théorème

**Théorème (Longueur d'un segment):**
Dans le plan muni d'un repère **orthonormé** (O, I, J), on considère les points $A(x_A; y_A)$, et $B(x_B; y_B)$ La longueur du segment [AB] est

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**Démonstration**

On suppose pour simplifier la démonstration que $x_B > x_A > 0$ et $y_B > y_A > 0$. Considérons le point C de coordonnées $(x_A; y_B)$. Le repère étant orthonormé, le triangle ABC est alors rectangle en C, et il est clair que les côtés [AC] et [BC] vérifient $AC = x_B - x_A$ et $BC = y_B - y_A$. Or d'après la théorème de Pythagore, on sait que $AB^2 = AC^2 + BC^2$. On en déduit que $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ et donc $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.




**Exemple 5:**
Dans un repère orthonormé, soient R(5; 7) et S(3; 9).
La distance RS est égale à :

$$\begin{aligned}
RS &= \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2} \\
RS &= \sqrt{(3-5)^2 + (9-7)^2} \\
RS &= \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} \\
RS &= \sqrt{8} \\
RS &= 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

## 3) Avec un algorithme

**Algorithme 2 :** Distance AB.

**Variables** : $x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$, D
**Entrées** : $x_A$, $y_A$, $x_B$, $y_B$
**Traitement**
  $D \leftarrow \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
**Fin**
**Sorties** : On affiche la valeur de D

## 4) Applications

**Exemple 6:**
Soit A(−2; 1), B(2; 2) et C(−1; −3)

1) Quelle est la nature du triangle $ABC$ ?

2) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit à $ABC$.

**Exemple 7:**

Soit $\Omega(-2;3)$ et $A(-4;8)$. On note $\mathscr{C}$ le cercle de centre $\Omega$ et de rayon $[\Omega A]$.

1) Calculer le rayon de $\mathscr{C}$.

2) Les points $B(-7;4)$ et $C(-4;8)$ appartiennent-ils à $\mathscr{C}$.