

# Les quadrilatères

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Polygones</b>	<b>2</b>
1.1	Définition . . . . .	2
1.2	Différentes sortes de polygones . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Parallélogramme</b>	<b>3</b>
2.1	Définitions . . . . .	3
2.2	Application . . . . .	3
2.3	Le losange . . . . .	4
2.4	Le rectangle . . . . .	4
2.5	Le carré . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Les autres quadrilatères</b>	<b>5</b>
3.1	Le trapèze . . . . .	5
3.2	Le cerf-volant . . . . .	6
3.2.1	Définition . . . . .	6
3.2.2	Le cerf-volant isocèle . . . . .	6
3.2.3	Isocervolant . . . . .	7

# 1 Polygones

## 1.1 Définition

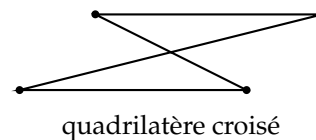
**Définition 1 :** Un **polygone** est une ligne brisée fermée possédant  $n$  segments appelés côtés. Un polygone **régulier** est un polygone dont les côtés ont même longueur et qui est inscrit dans un cercle.

**Remarque :** On a alors les noms suivants selon le nombre de côtés et leur constructibilité ou non à la règle et au compas

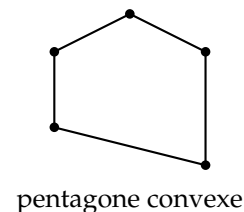
$n$	Nom	constructible
3	triangle	oui
4	quadrilatère	oui
5	pentagone	oui
6	hexagone	oui
7	heptagone	non
8	octogone	oui
9	énéagone	non
10	décagone	oui
11	hendécagone	non
12	dodécagone	oui

## 1.2 Différentes sortes de polygones

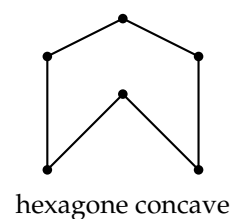
- Un polygone **croisé** est un polygone dont au moins deux côtés sont sécants.



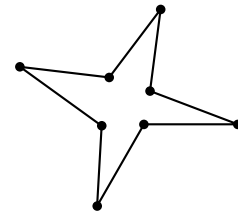
- Un polygone **convexe** est un polygone non croisé dont les angles formés par deux côtés consécutifs sont inférieurs à  $180^\circ$  (angles saillants) ou si les diagonales sont toutes situées à l'intérieur du polygone.



- Si au moins un angle est supérieur à  $180^\circ$  (angle rentrant) ou si au moins une diagonale est à l'extérieur du polygone, le polygone est **concave**.

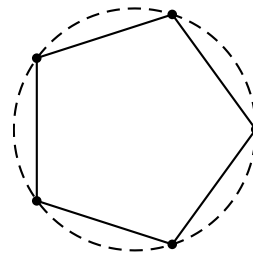


- Un polygone **étoilé** est un polygone dont les angles formés par deux côtés consécutifs sont alternativement saillant et rentrant.



octogone étoilé

- Un polygone **régulier** est un polygone dont les côtés ont même longueur et qui est inscriptible dans un cercle. Par exemple le triangle équilatéral et le carré.



pentagone régulier

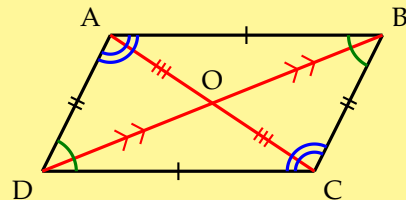
## 2 Parallélogramme

### 2.1 Définitions

**Définition 2 : Parallélogramme.** Les 6 définitions sont équivalentes.

Un parallélogramme est un quadrilatère dont :

- 1) les côtés opposés sont deux à deux parallèles.
- 2) les côtés opposés sont deux à deux de même longueur.
- 3) deux côtés sont parallèles et de même longueur.



- 4) les diagonales se coupent en leur milieu. (centre de symétrie)
- 5) deux angles consécutifs quelconques sont supplémentaires.
- 6) les angles opposés sont égaux deux à deux.

**Remarque :** Un parallélogramme admet un point de symétrie : l'intersection des diagonales appelée **centre du parallélogramme**.

### 2.2 Application

Soit A, B, C, D, E et F six points tels que ABCD et AECF soient des parallélogrammes. Démontrer que le quadrilatère EBF D est un parallélogramme.

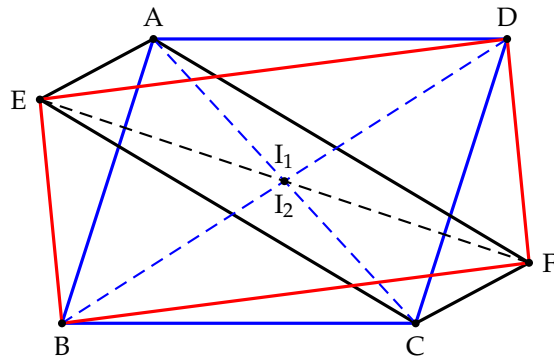


Faisons une figure : On trace un parallélogramme ABCD, on place le point E, puis on détermine F tel que AECF soit un parallélogramme.

Soit  $I_1$  le centre de ABCD. Comme ABCD est un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu donc  $I_1$  est le milieu de [AC] et [BD].

Soit  $I_2$  le centre de AECF. Comme AECF est un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu donc  $I_2$  est le milieu de [AC] et [EF].

Comme  $I_1$  et  $I_2$  sont le milieu de [AC], on en déduit que  $I_1 = I_2$ .



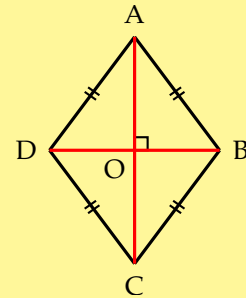
Comme  $I_1 = I_2$  alors [BD] et [EF] ont le même milieu. Les diagonales de EBFD se coupent en leur milieu donc EBFD est un parallélogramme.

### 2.3 Le losange

**Définition 3 : Losange.** Les 4 définitions sont équivalentes.

Un losange est :

- 1) un **quadrilatère** dont les 4 côtés sont de même longueur.
- 2) un **quadrilatère** dont les diagonales se coupent en leur milieu perpendiculairement.
- 3) un **parallélogramme** dont deux côtés consécutifs sont de même longueur.
- 4) un **parallélogramme** dont les diagonales sont perpendiculaires



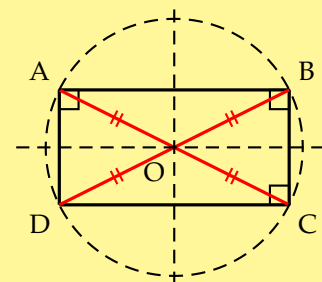
**Remarque :** Un losange possède un centre de symétrie : le centre du losange et un axe de symétrie : les diagonales. Les diagonales sont les bissectrices des angles formés par 2 côtés consécutifs.

### 2.4 Le rectangle

**Définition 4 : Rectangle.** Les 4 définitions sont équivalentes.

Un rectangle est :

- 1) un **quadrilatère** qui a trois angles droits.
- 2) un **quadrilatère** dont les diagonales sont de même longueur et qui se coupent en leur milieu.
- 3) un **parallélogramme** qui a 1 angle droit.
- 4) un **parallélogramme** dont les diagonales sont de même longueur.



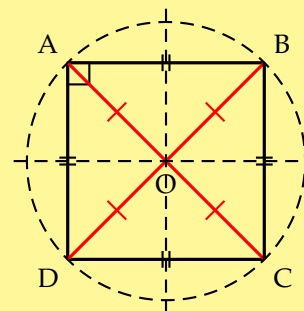
**Remarque :** Un rectangle possède un centre de symétrie : le centre du rectangle et deux axes de symétrie : les médiatrices des côtés. Comme les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu, un rectangle est inscrit dans un cercle.

## 2.5 Le carré

**Définition 5 :** Carré. Les trois définitions sont toutes équivalentes.

Un carré est :

- 1) un losange et un rectangle.
- 2) un quadrilatère qui a ses 4 côtés de même longueur et 1 angle droit.
- 3) un quadrilatère dont les diagonales de même longueur, se coupent en leur milieu perpendiculairement.



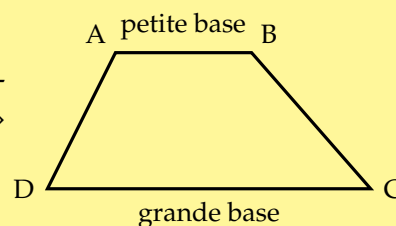
**Remarque :** Un carré possède un centre de symétrie : le centre du carré et 4 axes de symétrie : les deux diagonales et les médiatrices des côtés. Un carré est un quadrilatère régulier.

## 3 Les autres quadrilatères

### 3.1 Le trapèze

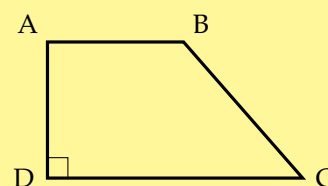
**Définition 6 :** Trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a 2 côtés parallèles. Ces 2 côtés parallèles sont appelés les « bases » du trapèze.



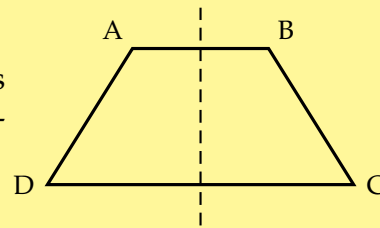
**Définition 7 :** Trapèze rectangle

Un trapèze rectangle est un trapèze qui possède un angle droit.



**Définition 8 :** Trapèze isocèle

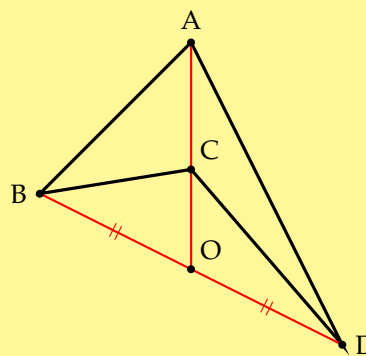
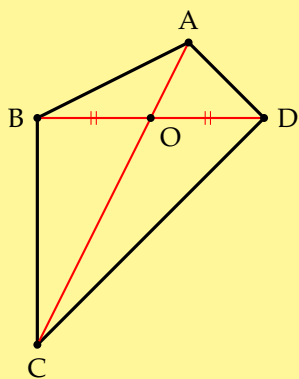
Un trapèze isocèle est un trapèze dont les deux bases ont même médiatrice. Il possède alors un axe de symétrie.



**3.2 Le cerf-volant**

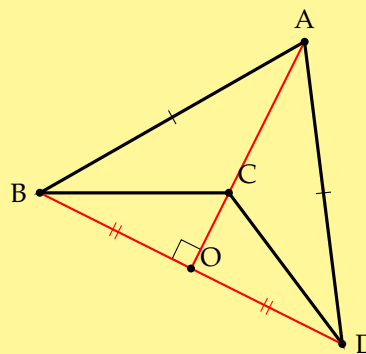
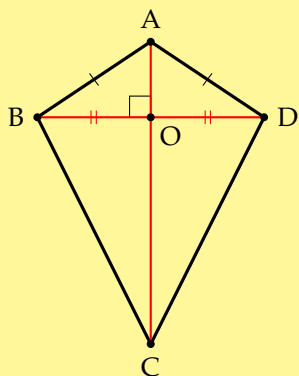
**3.2.1 Définition**

**Définition 9 :** Un cerf-volant est un quadrilatère dont une diagonale est coupée en son milieu par la deuxième. Il peut être convexe ou concave.



**3.2.2 Le cerf-volant isocèle**

**Définition 10 :** Un cerf-volant isocèle est un cerf-volant dont une diagonale est la médiatrice de la deuxième. Cette diagonale est alors un axe de symétrie.



## 3.2.3 Isocervolant

Définition 11 : Un isocervolant est un cerf-volant isocèle qui possède un angle droit sur sa diagonale médiatrice.

