Les quadrilatères

EXERCICE 1

Cours sur les quadrilatères

1) Les polygones : définir un polygone.
   Qu'est ce qu'un polygone régulier ?
   Qu'est-ce qu'un polygone convexe ?
   Qu'est-ce qu'un polygone étoilé ?
2) Donner 4 définitions équivalentes d'un parallélogramme.
   Symétrie éventuelle
3) Donner 4 définitions équivalentes d'un losange. Symétrie éventuelle
4) Donner 4 définitions équivalentes d'un rectangle Symétrie éventuelle
5) Donner 3 définitions d'un carré.
   Symétrie éventuelle
6) Donner une définition d'un trapèze.
   Quels sont les trapèzes particuliers ?
7) Donner une définition d'un cerf volant.
   Quels sont les cerf-volants particuliers ?
8) Revoir le théorème du milieu.

EXERCICE 2

Construction d'un pentagone régulier.

- tracer un cercle $\mathscr{C}_1$ de rayon 5 cm et de centre O
- tracer deux rayons perpendiculaires [OB] et [OC].
- tracer le cercle $\mathscr{C}_2$ de centre I et de diamètre [OB].
- tracer le segment [CI] ; il coupe en D le cercle $\mathscr{C}_2$
- tracer le cercle $\mathscr{C}_3$ de centre C et de rayon CD.
- le cercle $\mathscr{C}_3$ coupe le cercle $\mathscr{C}_1$ en M_1 et en M_5.
- le cercle de centre M_1 et de rayon M_1M_5 recoupe $\mathscr{C}_1$ en M_2.
- le cercle de centre M_2 et de rayon M_1M_5 recoupe $\mathscr{C}_1$ en M_3.
- le cercle de centre M_3 et de rayon M_1M_5 recoupe $\mathscr{C}_1$ en M_4.
  alors $M_1M_2M_3M_4M_5$ est un pentagone régulier.

À partir de ce pentagone réaliser une étoile à 5 branches.

EXERCICE 3

Quadrilatères

Voici un jeu tiré de « *Géométrie à l'École* » de François Boule, Savoir-dire et savoir-faire, IREM de Bourgogne. Il est constitué des dix étiquettes suivantes

Deux angles droits seulement	Quatre angles droits
Côtés égaux deux à deux	Deux côtés égaux seulement
Quatre côtés égaux	Côtés opposés parallèles
Deux côtés parallèles seulement	Diagonales égales
Diagonales perpendiculaires	Diagonales se rencontrant en leur milieu

On choisit au hasard deux étiquettes parmi les dix et on doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.

1) Avec un tel dispositif, combien de tirages différents est-il possible de réaliser ? Justifier votre réponse.

   Un enfant a sélectionné les deux étiquettes suivantes :

   Deux angles droits seulement | Diagonales perpendiculaires

2) En se limitant à la première propriété " deux angles droits seulement ", tracer à main levée les deux configurations possibles.
3) En prenant en compte les deux propriétés, construire à l'aide des outils usuels de géométrie (règle, équerre, compas) une figure correspondant à chacune des deux configurations possibles. Rédiger leur programme de construction.
4) On choisit l'étiquette

   Deux côtés parallèles seulement

   Trouver toutes les étiquettes incompatibles avec elle. Justifier les réponses.
5) On s'intéresse aux quadrilatères qui possèdent les deux propriétés

   Diagonales perpendiculaires | Diagonales égales

   Soit ABCD un tel quadrilatère, on appelle E, F, G, H les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA]. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Justifier. (On pourra utiliser le théorème des milieux).

EXERCICE 4

Un isocervolant

Un quadrilatère est un **isocervolant** en A si l'angle $\widehat{A}$ est droit et si la droite (AC) est un axe de symétrie.

1) Construire un quadrilatère ABCD qui est un isocervolant en A.
2) Construire an quadrilatère EFGH qui admet un axe de symétrie mais qui n'est pas un isocervolant.
3) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausse ? Justifier les réponses.
   a) Un carré est un isocervolant.

b) Un isocervolant est toujours convexe.

c) Tous les rectangles sont des isocervolants.

d) Un isocervolant dont les diagonales se coupent en leur milieu est un carré.

4) Construire à la règle graduée et au compas le quadrilatère ABCD qui est un isocervolant en A tel que : $AB = 4$, $BC = 3$ et $AC < BC$. On laissera les traits de construction apparents.

Exercice 5

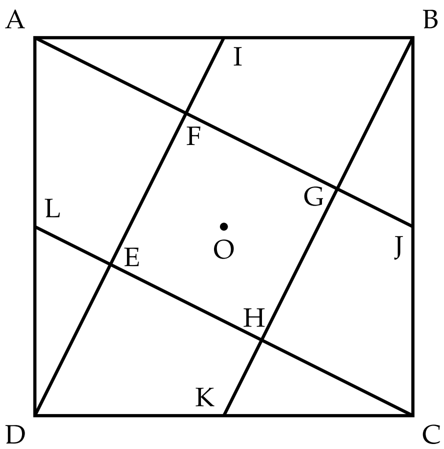
Parallélogrammes

ABCD et AECF sont deux parallélogrammes.
Faire une figure. Éviter les cas particuliers.

Démontrer que EDFB est un parallélogramme

Exercice 6

Carrés. Travail de recherche



ABCD est un carré de centre O, et I, J, K et L sont les milieux de chacun de ses côtés.
Le segment [AJ] coupe les segments [DI] et [BK] en F et G respectivement ; le segment [CL] coupe les segments [BK] et [DI] en H et E respectivement.
On désigne par a la longueur des côtés du carré ABCD.

1) Démontrer que le quadrilatère BKDI est un parallélogramme. Calculer en fonction de a la longueur de ses côtés.

2) On admet que le quadrilatère EFGH est un carré (on ne demande pas de le démontrer).

   a) Montrer que : $AJ = \dfrac{5}{2}FG$

   b) En déduire le rapport $\dfrac{FG}{AB}$, puis le rapport des aires des deux carrés.

3) a) On appelle M le milieu du segment [FG]. Démontrer que les trois points E, M et B sont alignés.

b) On veut construire un carré PQRS à l'intérieur du carré EFGH, par le même procédé qui a permis de construire le carré EFGH à l'intérieur du carré ABCD.

Expliquer pourquoi cette construction peut être réalisée à l'aide uniquement d'une règle non graduée (sans compas ni équerre).

c) Calculer en fonction de a la longueur du côté du carré PQRS.