Lecture graphique. Fonction affine - Correction

EXERCICE 1

Voir le cours

EXERCICE 2

Optimisation

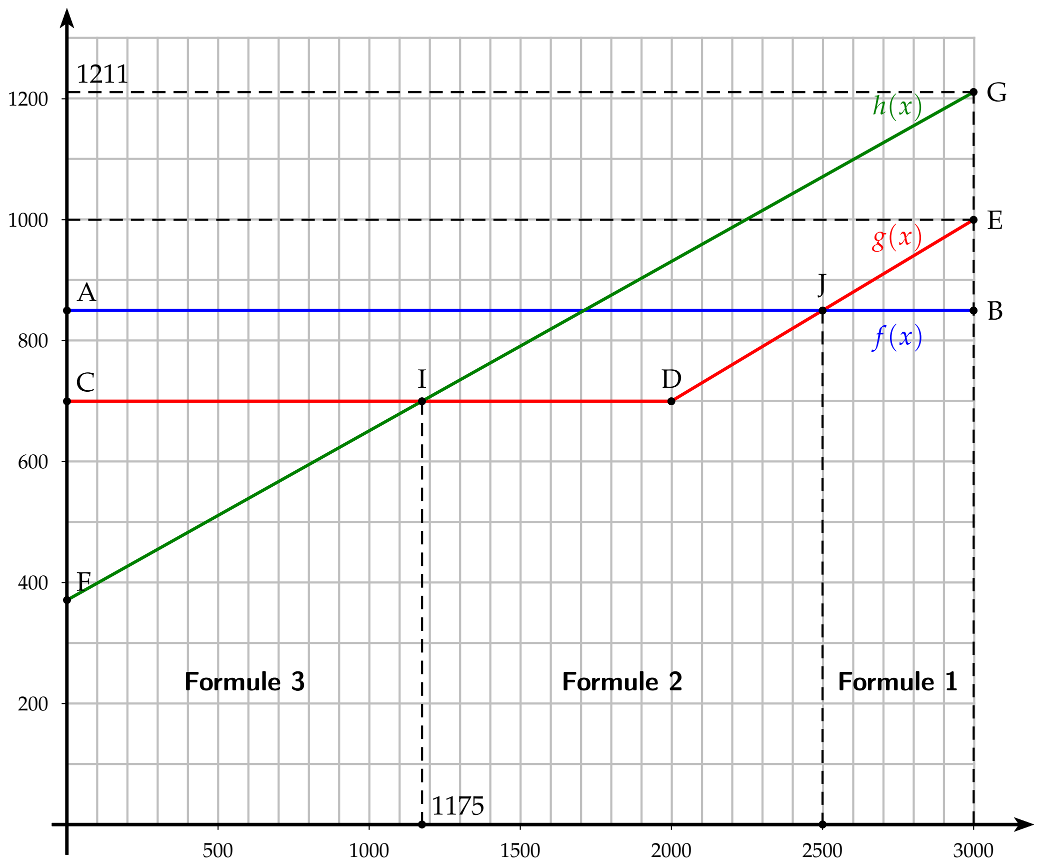
1) La fonction f est une fonction constante : $f(x) = 850$.

La fonction g est définie par morceaux :

$$\begin{array}{llll} \text{si} & x \leqslant 2000 & \text{on a :} & g(x) = 700 \\ \text{si} & x > 2000 & \text{on a :} & g(x) = 700 + 0,3(x - 2000) \\ & & & = 700 + 0,3x - 0,3 \times 2000 \\ & & & = 100 + 0,3x \end{array}$$

La fonction h est une fonction affine : $h(x) = 53 \times 7 + 0,28x = 371 + 0,28x$

2) On obtient les représentations suivantes :



Pour représenter la fonction f entre 0 et 3000 km, on trace une droite parallèle à l'axe des abscisses qui passe par les points A et B

Pour représenter la fonction g, il faut calculer trois images :

$$g(0) = 700 \qquad g(2000) = 700 \qquad g(3000) = 100 + 0,3 \times 3000 = 1000$$

On obtient alors les trois points C(0,700), D(2000,700), E(3000,1000).

Pour représenter la fonction h, il faut calculer deux images :

$$h(0) = 371 \qquad h(3000) = 371 + 0,28 \times 3000 = 1211$$

On obtient alors les deux points F(0,371) et G(3000,1211).

3) a) Avec le graphique

On détermine graphiquement les abscisses des point I et J. on trouve alors :

- Si on effectue moins de 1175 km, la formule 3 est plus avantageuse.
- Si on effectue entre 1175 et 2500 km, la formule 2 est plus avantageuse.
- Si on effectue plus de 3000 km, la formule 1 est plus avantageuse.

b) Par le calcul.

Pour déterminer l'abscisse du point I, il faut résoudre :

$$\begin{aligned} h(x) &= g(x) \\ 371 + 0,28x &= 700 \\ 0,28x &= 700 - 371 \\ x &= \frac{329}{0,28} = 1175 \end{aligned}$$

Pour déterminer l'abscisse du point J, il faut résoudre :

$$\begin{aligned} g(x) &= f(x) \\ 0,3x + 100 &= 850 \\ x &= \frac{750}{0,3} = 2500 \end{aligned}$$

4) Calculons le prix pour deux semaines avec 4500 km pour le trois trois formule.

- **Formule 1** : on a deux forfaits à 850 soit 1700 €
- **Formule 2** : on a deux forfaits à 700 et 500 km à 0,30 soit :
  $700 \times 2 + 500 \times 0,3 = 1550$ €
- **Formule 3** : on a deux forfaits à 371 et 4500 km à 0,28 soit :
  $371 \times 2 + 4500 \times 0,28 = 2002$ €

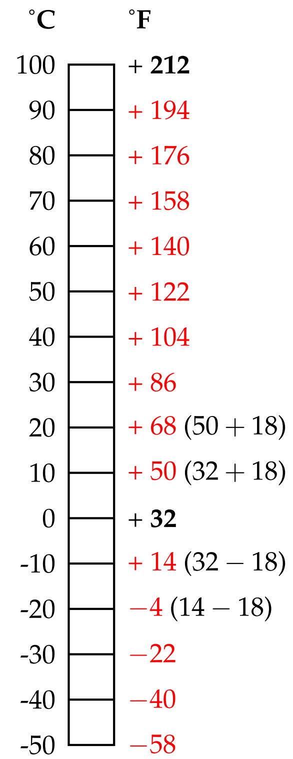
Le client aurait dû choisir la formule 2.

EXERCICE 3

Changement d'unité de température.

1) a) On calcule l'écart entre deux graduations en Fahrenheit : $\dfrac{212 - 31}{10} = 18$

On complète ensuite le schéma :



b) L'origine des graduations ne correspondant pas, les graduations ne sont pas proportionnelles.

2) La relation entre T et t est du type : $T = ax + b$.

On sait que si $t = 0$ alors $T = 32$, on en déduit que $b = 32$.
On sait que si $t = 100$ alors $T = 212$, on obtient alors :

$$212 = a \times 100 + 32 \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{212 - 32}{100} = 1,8$$

On obtient bien : $T = 1,8t + 32$

3) a) Si $t = 25$ alors $T = 1,8 \times 25 + 32 = 77$

La valeur correspondantes à 25°C est 77°F.

b) 25°C est le milieu entre 20 et 30°C.

La valeur cherchée se situe alors au milieu de 68 et 86°F : $\dfrac{86 + 68}{2} = 77$

4) Si la température est identique sur le deux échelles, on a $T = t$, d'où :

$$t = 1,8t + 32 \quad \Leftrightarrow \quad t - 1,8t = 32 \quad \Leftrightarrow \quad -0,8t = 32 \quad \Leftrightarrow \quad t = -\frac{32}{0,8} = -40$$

Ce résultat est bien vérifié sur le graphique.

Exercice 4

Partie I

Soit t la durée en minutes du trajet Cherbourg Caen, d la distance en km entre les deux villes et v la vitesse moyenne du train en km/h.

De $d = v \times \dfrac{t}{60}$ on obtient $t = \dfrac{d}{v} \times 60 = \dfrac{132 \times 60}{165} = 48$ mn.

Partie II

1) On obtient le tableau suivant :

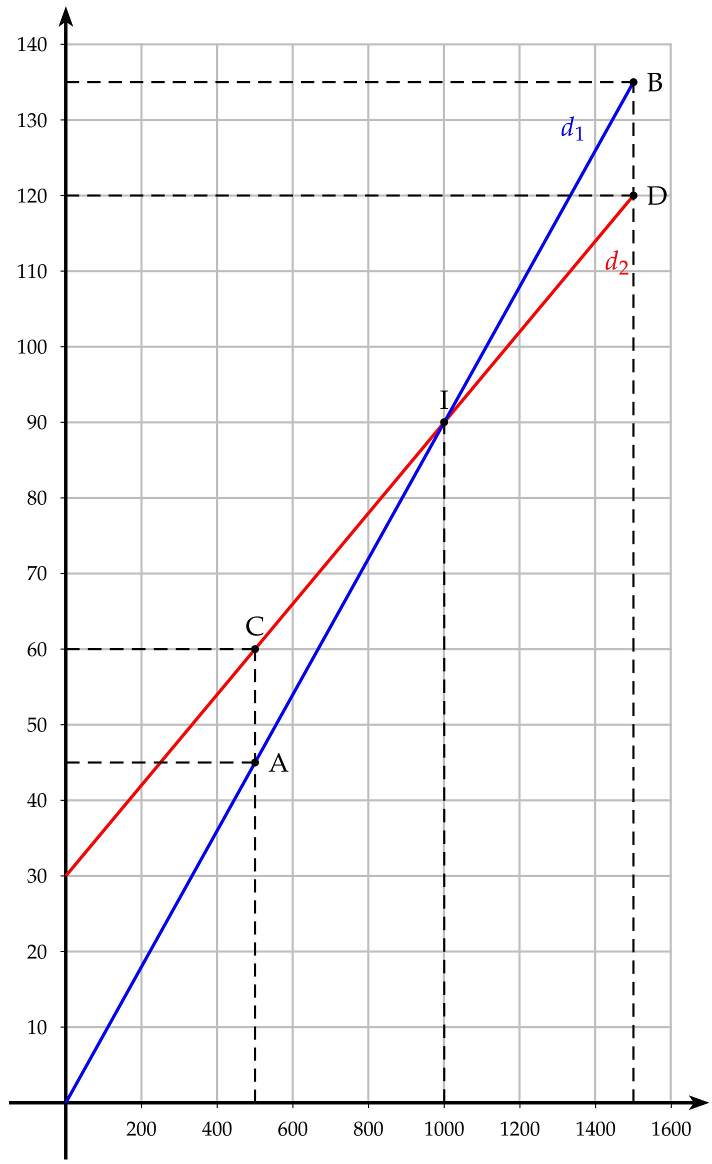
	Avec le tarif A	Avec le tarif B
Dépense annuelle pour 500 km	$500 \times 0,12 \times 0,75 = 45$	$30 + 500 \times 0,06 = 60$
Dépense annuelle pour 1 500 km	135	120

2) $t_1 = 0,12 \times 0,75\,x = 0,09x$ et $t_2 = 0,06x + 30$

3) a) $0,06x + 30 < 0,09x \Leftrightarrow -0,03x < -30 \Leftrightarrow x > \dfrac{30}{0,03} \Leftrightarrow x > 1000$

b) La carte jeune est plus avantageuse si $t_2 < t_1 \Leftrightarrow 0,06x + 30 < 0,09x$ soit à partir de 1000 km.

4) a) On obtient le graphique suivant en prenant comme points les images calculer dans le tableau de la question 1).
Soient les points A(500 ; 45) , B(1500 ; 135) , C(500 , 60) , D(1500 ; 120) :



b) À partir du point I, la droite d_2 est en dessous de la droite d_1, donc le tarif jeune est plus avantageux à partir de 1000 km.

EXERCICE 5

Heure de rencontre

1) Pour Arthur : $v_A = \dfrac{6 \times 1\,000}{60} = 100 \text{ m/mn}$

Pour Boz : $v_B = \dfrac{24 \times 1\,000}{60} = 400 \text{ m/mn}.$

2) a) Soit t le temps écoulé en minute depuis 9h. On pose alors :
- $f(t)$ la distance en m de Arthur par rapport à A ;
- $g(t)$ la distance en m de Boz par rapport à A.

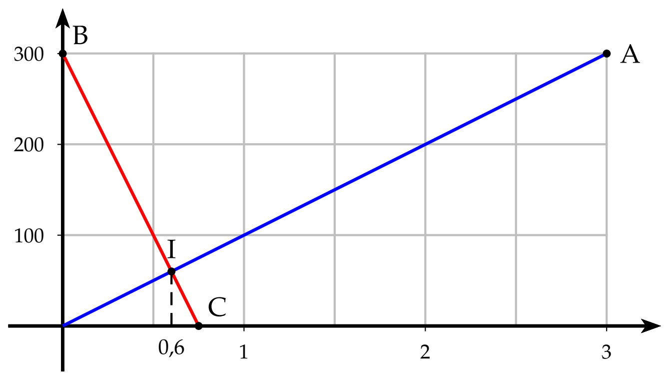
On a alors : $f(t) = v_A t = 100t$ et $g(t) = 300 - v_B t = 300 - 400t$.

Pour tracer ces deux fonctions, on calcule une image par f et deux pour g

$$f(3) = 300 \;,\; g(0) = 300 \;\; et \;\; g(0,75) = 0$$

On obtient alors les points A(3 ; 0) , B(0 ; 300) , C(0,75 ; 0).

En prenant comme unité 2 cm pour 1 minute et 1 cm pour 100 m, on obtient :



b) Le point de rencontre se trouve au point I pour $t = 0,6$. L'heure de la rencontre se fera à 9h 0,6mn soit à 9h 00mn 36s.

3) Pour calculer l'abscisse du point I, on résout :

$$100t = 300 - 400t \;\; \Leftrightarrow \;\; 500t = 300 \;\; \Leftrightarrow \;\; t = \frac{300}{500} = 0,6$$

On retrouve le résultat graphique.

Remarque : On pouvait avoir une approche arithmétique pour cette question. Puisque Boz, a une vitesse 4 fois supérieure à Arthur (24 km/h et 6 km/h), au point de rencontre I, Boz aura parcouru 4 fois plus de distance que Arthur. Il se rencontre au cinquième de la distance, soit le cinquième du temps nécessaire à Arthur pour parcourir 300 m.

La vitesse d'Arthur étant de 100 m/mn, il parcourt 300 m en 3 mn, le temps cherché est donc $\dfrac{3}{5} = 0,6$ mn.