

Contrôle de mathématiques

Jeudi 19 janvier 2023

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Le nombre de diviseurs de 180 est :

a) 14	b) 16	c) 18	d) 20
-------	-------	-------	-------
- 2) On donne $3\,471 = 17 \times 203 + 20$. Le reste de la division de $-3\,471$ par 17 est :

a) -20	b) -3	c) 3	d) 14
----------	---------	------	-------
- 3) L'équation $3x \equiv 6 \pmod{9}$ est équivalente à :

a) $x \equiv 2 \pmod{9}$	b) $x \equiv 5 \pmod{9}$	c) $x \equiv 8 \pmod{9}$	d) $x \equiv 2 \pmod{3}$
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------
- 4) Le chiffre des unités de 3^{539} est :

a) 1	b) 3	c) 7	d) 9
------	------	------	------
- 5) Soit n un nombre de trois chiffres. Quand on lui soustrait 396, on obtient un nombre formé de chiffres dans l'ordre inverse de n . On sait que la somme du chiffre des centaines et des unités vaut 8. Le chiffre des centaines vaut :

a) 4	b) 5	c) 6	d) 7
------	------	------	------

EXERCICE 2

Multiples

(4 points)

- 1) Soit $n \in \mathbb{Z}$. Pour quelles valeurs de n le nombre $\frac{6n+9}{2n+1}$ est-il un entier relatif ?
- 2) a) Démontrer le théorème suivant : soit trois entiers relatifs a , b et c .
« Si a divise b et c alors a divise toutes combinaisons linéaires de b et de c soit $\alpha b + \beta c$. »
- b) Soit $k \in \mathbb{N}$, on pose $a = 3k + 4$ et $b = 4k + 3$.
Quels peuvent être les diviseurs positifs communs à a et b ?

EXERCICE 3

Congruence

(4 points)

- 1) a) Déterminer suivant les valeurs de n , les restes possibles de 4^n dans la division par 7.
b) Quel est le reste dans la division par 7 de 130^{60} ?
- 2) a) Déterminer suivant les valeurs de n , les restes possibles de 5^n dans la division par 9.
b) Quel est le reste dans la division par 9 de 2021^{2023} ?

EXERCICE 4

Divisibilité

(4 points)

Soit un entier naturel n tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$ et $0 \leq b \leq 9$.

- 1) Montrer l'équivalence suivante : $\forall n \in \mathbb{N}, n \equiv 0 (19) \Leftrightarrow a + 2b \equiv 0 (19)$
- 2) Énoncer en français un critère simple de divisibilité par 19.
- 3) En déduire, sans calculatrice, si 448 et 6 859 sont divisibles par 19.

EXERCICE 5

Théorème chinois

(3 points)

On considère le système (S) :
$$\begin{cases} n \equiv 2 (3) \\ n \equiv 1 (5) \end{cases}$$

- 1) Montrer que 11 est solution de (S).
- 2) Montrer que si n est solution de (S) alors $(n - 11)$ est divisible par 15.
- 3) Montrer que les solutions de (S) sont tous les entiers de la forme $n = 11 + 15k, k \in \mathbb{Z}$.