

Contrôle de mathématiques

Jeudi 01 février 2024

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Le nombre de diviseurs de 315 est :

a) 8	b) 10	c) 12	d) 14
------	-------	-------	-------
- 2) Dans la division euclidienne de 857 par un entier naturel b le quotient est 32. La reste est alors

a) 15	b) 21	c) 25	d) 57
-------	-------	-------	-------
- 3) Le reste de la division euclidienne de 5^{137} par 26 est :

a) 1	b) 5	c) 16	d) 25
------	------	-------	-------
- 4) Le reste de la division euclidienne de 200^{539} par 17 est :

a) 3	b) 4	c) 11	d) 13
------	------	-------	-------
- 5) Quel est le reste dans la division par 11 de $\underbrace{555\dots5}_{99 \text{ fois}}$:

a) 0	b) 5	c) 7	d) 10
------	------	------	-------

EXERCICE 2

Multiples et division euclidienne

(4 points)

- 1) Déterminer les entiers relatifs n tels que $(n - 4)$ divise $(3n - 7)$.
- 2) Soit $k \in \mathbb{N}$. On pose $a = 5k + 4$ et $b = 7k + 5$.
Quels peuvent être les diviseurs positifs communs à a et b .
- 3) Dans la division euclidienne de 937 par un entier naturel non nul b le quotient est 22. Quels peuvent être le diviseur b et le reste r .

EXERCICE 3

Congruence

(4 points)

- 1) a) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $3^{2n} - 1$ est un multiple de 8.
b) Quel est le reste dans la division par 7 de : $451 \times 6^{43} - 912$?
- 2) a) Déterminer suivant les valeurs de n , les restes possibles de 3^n dans la division par 11.
b) Quel est le reste dans la division par 11 de 2016^{2017} ?

EXERCICE 4

Divisibilité par 17

(4 points)

Soit un entier naturel n tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$ et $0 \leq b \leq 9$.

- 1) Donner tous les multiples de 17 inférieurs à 100.
- 2) Montrer l'équivalence suivante : $\forall n \in \mathbb{N}, n \equiv 0 (17) \Leftrightarrow a - 5b \equiv 0 (17)$
- 3) Énoncer en français un critère simple de divisibilité par 17.
- 4) En déduire, sans calculatrice, si 952 et 10 754 sont divisibles par 17.

EXERCICE 5

Vrai-Faux

(3 points)

On donne les propositions suivantes. Dites si elles sont vraies ou fausses en vous justifiant. Toute réponse sans justification ne rapporte aucun point.

- 1) **Proposition 1** : « Si $ab \equiv 0 (6)$ alors $a \equiv 0 (6)$ ou $b \equiv 0 (6)$ »
- 2) **Proposition 2** : « $1789^{1789} \equiv 4 (7)$ »
- 3) **Proposition 3** : « $n^2 + n \equiv 2 (5) \Leftrightarrow n \equiv 1 (5)$ »