

Oral de mathématiques

Jeudi 13 février 2025

Sujet 1

EXERCICE 1

Conjonction

(5 points)

- 1) Citer et démontrer le théorème de Gauss.
- 2) En juin 2012, Venus passait entre le Soleil et la Terre. Les trois astres étaient alors alignés.

Sachant que l'année « vénusienne » est de 225 jours terrestres et que l'on approxime l'année terrestre à 365 jours, dans combien d'années terrestres retrouvera t'on cette configuration ? A combien d'années « vénusienne » cela correspondra-t-il ?

EXERCICE 2

Algorithme d'Euclide

(5 points)

- 1) Déterminer à l'aide de l'algorithme d'Euclide : $\text{pgcd}(527; 713)$.
- 2) L'équation $713x - 527y = 93$ admet-elle des solutions entières ?
On citera le théorème utilisé.

EXERCICE 3

Théorème des restes chinois

(10 points)

Soit S l'ensemble des entiers naturels n tels que le reste de n dans la division par 5 est 3 et le reste de n dans la division par 7 est 2.

- 1) Traduire l'énoncé à l'aide des congruences.
- 2) On pose $n = 5p + 3$ et $n = 7q + 2$.
 - a) Montrer que le problème revient à résoudre l'équation (E) : $7q - 5p = 1$
 - b) Résoudre (E) dans \mathbb{Z}^2
- 3) Quel est alors l'ensemble S ?