

Contrôle de mathématiques

Jeudi 16 octobre 2025

EXERCICE 1

Forme algébrique

(2 points)

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :

1) $z_1 = \frac{2+i}{3+i}$

2) $z_2 = \frac{(2+i)(1-4i)}{1+i}$

EXERCICE 2

Équations du premier degré

(3 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes, en donnant la solution sous forme algébrique :

1) $z - 3i = iz + 2$

2) $(2-i)z + 1 = (3+2i)z - i$

3) $\frac{2z+i}{iz} = \frac{2iz}{1-z}$

EXERCICE 3

Équations du second degré

(4 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1) $z^2 - 14z + 170 = 0$

2) $z^2 + 34z + 627 = 0$

EXERCICE 4

Racines d'un polynôme du 3^e degré

(6 points)

1) Soit le polynôme complexe : $P(z) = z^3 - (1-i)z^2 + (1-i)z + i$

a) Calculer $P(-i)$.

b) Factoriser $P(z)$ puis résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$

2) Soit le polynôme complexe : $Q(z) = z^3 - 6z^2 + 13z - 10$

a) Déterminer une solution évidente à l'équation $Q(z) = 0$

b) Factoriser $Q(z)$ puis résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Q(z) = 0$

EXERCICE 5

Équation du second degré à coefficients complexes

(5 points)

Soit l'équation (E) du second degré à coefficients complexes :

$$z^2 - (3+2i)z + 5+i = 0$$

1) Calculer le discriminant Δ .

2) Développer $(1+4i)^2$. Que peut-on en conclure ?

3) En déduire alors les deux solutions complexes de l'équation (E).