Contrôle de mathématiques

Jeudi 22 janvier 2026

Exercice 1

QCM **(5 points)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte.
Aucune justification n'est demandée.

1) Le nombre de diviseurs de 704 est :

a) 8 **b)** 10 **c)** 12 **d)** 14

2) On donne $4\,304 = 17 \times 252 + 20$. Le reste de la division de $-4\,304$ par 17 est :

a) -20 **b)** -3 **c)** 3 **d)** 14

3) Dans la division euclidienne de 644 par un entier naturel b le quotient est 37.
La reste est alors

a) 15 **b)** 17 **c)** 21 **d)** 23

4) Le reste de la division euclidienne de 5^{137} par 7 est :

a) 3 **b)** 4 **c)** 5 **d)** 6

5) Le reste de la division euclidienne de 164^{160} par 17 est :

a) 3 **b)** 1 **c)** 6 **d)** 16

Exercice 2

Multiples et division euclidienne **(5 points)**

1) Déterminer le ou les couples d'entiers naturels $(x\,;\,y)$ tels que $9x^2 - y^2 = 27$
2) Déterminer les entiers relatifs n tels que $(n-3)$ divise $(4n-1)$.
3) Soit $k \in \mathbb{N}$. On pose $a = 3k + 2$ et $b = 11k + 1$.
Quels peuvent être les diviseurs positifs communs à a et b.
4) Dans la division euclidienne de 831 par un entier naturel non nul b, le quotient est 17.
Quels peuvent être le diviseur b et le reste r ?

Exercice 3

Congruence **(5 points)**

1) a) Montrer que $2^3 \equiv 1\ (7)$ puis que $3^6 \equiv 1\ (7)$
b) En déduire que $451^{139} + 912^{83}$ est divisible par 7.

2) Montrer que $3^{126} + 5^{126}$ est divisible par 13.

EXERCICE 4

Divisibilité par 19 **(5 points)**

Soit un entier naturel n tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$ et $0 \leqslant b \leqslant 9$.

1) Donner l'ensemble E de tous les multiples de 19 inférieurs à 100.
2) Montrer l'équivalence suivante : $\forall n \in \mathbb{N},\quad n \equiv 0\ (19) \;\Leftrightarrow\; a + 2b \equiv 0\ (19)$
3) Énoncer en français un critère simple de divisibilité par 19.
4) Sans utiliser la calculatrice, dites en utilisant ce critère si 931 et 10 716 sont divisibles ou non par 19.