

Correction contrôle de mathématiques

Du mardi 23 septembre 2014

EXERCICE 1

ROC

(4 points)

1) a) Voir Roc

$$b) S = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^7}{1 - \frac{2}{3}} = 3 \left(1 - \frac{2^7}{3^7}\right) = \frac{2059}{729} \approx 2,824$$

EXERCICE 2

Somme et algorithme

(4 points)

1) a) Il s'agit de la somme des termes d'une suite arithmétique car on passe d'un terme au suivant en lui rajoutant 7.

b) N : nombre de termes de la suite T

$$N = \frac{2014 - 5}{7} + 1 = 288$$

$$c) T = \text{Nbre de termes} \times \frac{\sum \text{termes extrêmes}}{2} = 288 \times \frac{5 + 2014}{2} = 290\,736$$

2) a) Voir ci-contre. Pour avoir 288 termes, si on part du terme 0, on va jusqu'au terme 287.

b) On retrouve : $T = 290\,736$

Variables : I, U, T entiers naturels

Entrées et initialisation

| $5 \rightarrow U$

| $5 \rightarrow T$

Traitement

| **pour** I de 1 à 287 **faire**

| | $U + 7 \rightarrow U$

| | $T + U \rightarrow T$

| **fin**

Sorties : Afficher T

EXERCICE 3

Médicament par injection

(8 points)

1) a) Comme 20 % du médicament est éliminé chaque minute, on passe d'un terme au suivant en prenant 80 % de sa valeur, donc : $u_{n+1} = 0,8u_n$

(u_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $u_0 = 10$

$$b) u_n = u_n q^n = 10 \times 0,8^n$$

c) 1 % de 10 mL représente 0,1mL. On doit avoir :

$$u_n < 0,1 \Leftrightarrow 10 \times 0,8^n < 0,1$$

Par tâtonnement, on trouve : $u_{20} \approx 0,115$ et $u_{21} \approx 0,092$

Au bout de 21 minutes, la quantité de médicament présent dans le sang devient inférieure à 1 % de la quantité initiale.

- 2) a) On passe d'un terme au suivant en prenant 80 % de sa valeur et en lui ajoutant 1 :
 $v_{n+1} = 0,8v_n + 1$
- b) $w_{n+1} = v_{n+1} - 5 = 0,8v_n + 1 - 5 = 0,8v_n - 4 = 0,8(v_n - 5) = 0,8w_n$
 $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{w_{n+1}}{w_n} = 0,8$, la suite (w_n) est géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $w_0 = v_0 - 5 = 5$
- c) On a : $w_n = w_0 q^n = 5 \times 0,8^n \Rightarrow v_n = w_n + 5 = 5 \times 0,8^n + 5$
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$
 Par produit et somme $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 5$. La quantité de médicament restant dans le sang va petit à petit se stabiliser à 5 mL. (environ 20 mn voir 1c))

EXERCICE 4**Sens de variation****(2 points)**

- a) La différence de deux termes consécutifs :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (n+1)^2 - 9(n+1) - 20 - n^2 + 9n + 20 \\ &= n^2 + 2n + 1 - 9n - 9 - 20 - n^2 + 9n + 20 \\ &= 2n - 8 \end{aligned}$$

- b)
- $n \geq 4 \Leftrightarrow 2n \geq 8 \Leftrightarrow 2n - 8 \geq 0$
- , donc
- $\forall n \geq 4, u_{n+1} - u_n \geq 0$
- , la suite
- (u_n)
- est donc croissante.

EXERCICE 5**Suite définie par récurrence****(2 points)**

- 1) $u_2 = 1,5u_1 + 0,5u_0 = 1,5 \times 2 - 0,5 \times 1 = 2,5$
 $u_3 = 1,5u_2 + 0,5u_1 = 1,5 \times 2,5 - 0,5 \times 2 = 2,75$
 $u_4 = 1,5u_3 + 0,5u_2 = 1,5 \times 2,75 - 0,5 \times 2,5 = 2,875$

- 2) On trouve :

$$u_{10} \simeq 2,9980 \text{ et } u_{15} \simeq 2,9999$$

On peut conjecturer que la suite (u_n) est convergente vers 3.

Variables : N, I entiers
 U, V, W réels

Entrées et initialisation

Lire N
 $1 \rightarrow V$
 $2 \rightarrow U$

Traitement

pour I variant de 2 à N **faire**
 $1,5U - 0,5V \rightarrow W$
 $V \rightarrow U$
 $W \rightarrow U$
fin

Sorties : Afficher U