

Contrôle de mathématiques

Lundi 30 mai 2016

EXERCICE 1

Cube et plan

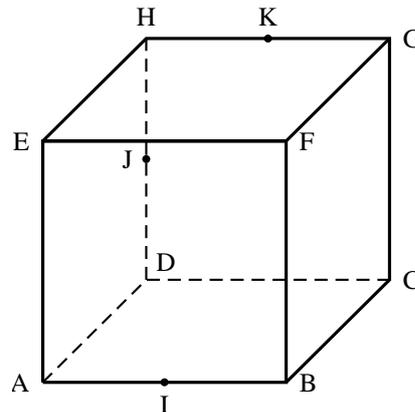
(8 points)

ABCDEFGH est un cube.

I, J et K sont les milieux respectifs de [AB], [HD] et [HG].

On se place dans le repère :

$$\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE} \right).$$



- 1) a) Déterminer les coordonnées des points B, C, D, E, I, J, K.
b) Démontrer que le vecteur \overrightarrow{CE} est un vecteur normal au plan (IJK).
- 2) a) Donner un critère pour qu'une droite soit parallèle à un plan.
b) Démontrer que la droite (BD) est parallèle au plan (IJK).
- 3) Soit M un point de la droite (CE). On pose $\overrightarrow{CM} = t\overrightarrow{CE}$, $t \in \mathbb{R}$
a) Déterminer les coordonnées de M en fonction de t .
b) Quelle est la position du point M sur la droite (CE) pour laquelle le plan (BDM) est parallèle au plan (IJK) ? On donnera les coordonnées de M.
- 4) a) Sur l'annexe, à rendre avec la copie, construire la section du cube ABCDEFGH avec le plan (IJK). On laissera les traits de construction.
b) Pourquoi cette section est un hexagone régulier ?

EXERCICE 2

Vrai-faux

(7 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points : $A(3 ; -1 ; 4)$, $B(-1 ; 2 ; -3)$, $C(4 ; -1 ; 2)$.

Le plan \mathcal{P} a pour équation cartésienne : $2x - 3y + 2z - 7 = 0$.

La droite Δ a pour représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 4 - t \\ z = -8 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan et ce plan a pour équation cartésienne $2x + 5y + z - 5 = 0$.

Affirmation 3 : Une représentation paramétrique du plan \mathcal{P} peut s'écrire :

$$\begin{cases} x = 1 + s - 2s' \\ y = 1 - 2s + s' \\ z = 1 - 4s + 2s' \end{cases}, (s, s') \in \mathbb{R}^2$$

Affirmation 4 : Il existe un plan parallèle au plan \mathcal{P} qui contient la droite Δ .

EXERCICE 3

Dépistage d'une maladie

(5 points)

On étudie une maladie dans la population d'un pays. On a constaté que le taux, en nanogrammes par millilitre (ng.mL^{-1}), d'une substance Gamma présente dans le sang est plus élevé chez les personnes atteintes de cette maladie que chez les personnes qui n'en sont pas atteintes.

- 1) a) Le taux de cette substance Gamma dans la population des personnes qui ne sont pas atteintes par la maladie est modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

On choisit au hasard une personne parmi celles qui ne sont pas atteintes par la maladie étudiée.

Calculer la probabilité que le taux dans le sang de la substance Gamma soit supérieur à 60 ng.mL^{-1} .

- b) Des études ont mis en évidence que le taux moyen de la substance Gamma chez les personnes atteintes par la maladie étudiée est de 50 ng.mL^{-1} et que 10 % d'entre elles ont un taux de substance Gamma inférieur à 43 ng.mL^{-1} .

On appelle T' la variable aléatoire qui modélise le taux de la substance Gamma en ng.mL^{-1} chez une personne atteinte par la maladie étudiée.

On admet que T' suit la loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ' .

Préciser la valeur de μ' et déterminer la valeur de σ' .

- 2) Pour dépister chez une personne la maladie étudiée, on effectue une prise de sang effectuée chez des sujets à jeun. On considère que le dépistage est positif si le taux de la substance Gamma est supérieur ou égal à 45 ng.mL^{-1} .

Les données montrent que 82 % des patients malades ont un dépistage positif.

Pour améliorer le confort des personnes susceptibles de subir cet examen sanguin, on souhaite vérifier si le fait d'être à jeun est une condition indispensable dans le protocole.

On considère un groupe de 300 personnes malades sur lesquelles la prise de sang n'est pas effectuée à jeun.

Le dépistage se révèle positif pour 74 % d'entre elles.

- a) Pourquoi l'approximation normale est vérifiée pour ce groupe de 300 personnes.
- b) Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des patients malades qui ont un test positif dans ce groupe. On donnera la formule de cet intervalle.
- c) Ce dépistage peut-il être effectué sur des personnes qui ne sont pas à jeun ?

Nom :

Prénom :

Annexe
(à rendre avec la copie)

