

SÉANCE RÉVISION PROBA DU 6 AVRIL 2022

EXERCICE 1

Spam

Une entreprise reçoit quotidiennement de nombreux courriels.

Parmi ces courriels, 8 % sont des « spams ».

On choisit au hasard un courriel reçu par l'entreprise.

Les propriétés du logiciel de messagerie utilisé dans l'entreprise permettent d'affirmer que :

- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que c'est un spam est égale à 0,9.
- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que ce n'est pas un spam est égale à 0,01.

On note :

- S l'évènement « le courriel choisi est un spam » ;
- I l'évènement « le courriel choisi est classé comme indésirable par le logiciel de messagerie ».

- 1) Modéliser la situation étudiée par un arbre pondéré.
- 2) a) Démontrer que la probabilité que le courriel choisi soit un message de spam et qu'il soit classé indésirable est égale à 0,072.
b) Calculer la probabilité que le message choisi soit classé indésirable.
c) Le message choisi est classé comme indésirable. Quelle est la probabilité que ce soit effectivement un message de spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.
- 3) On choisit au hasard 50 courriels parmi ceux reçus par l'entreprise. On admet que ce choix se ramène à un tirage au hasard avec remise de 50 courriels parmi l'ensemble des courriels reçus par l'entreprise.
On appelle Z la variable aléatoire dénombrant les courriels de spam parmi les 50 choisis.
a) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire Z , et quels sont ses paramètres ?
b) Quelle est la probabilité que, parmi les 50 courriels choisis, deux au moins soient du spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.

EXERCICE 2

Effet de la Chytridiomycose sur une population de têtards

Les résultats seront arrondis au millième lorsque cela est nécessaire.

Une des principales causes du déclin d'une espèce de crapaud en haute montagne est une maladie, la « Chytridiomycose », provoquée par un champignon.

Un chercheur considère que :

- Les trois quarts des lacs de montagne ne sont pas infectés par le champignon, c'est-à-dire qu'ils ne contiennent aucun têtard (larve du crapaud) contaminé.
- Dans les lacs restants, la probabilité qu'un têtard soit contaminé est de 0,74.
- Si le lac n'est pas infecté, les têtards ne peuvent être contaminés

Le chercheur choisit au hasard un lac, et y procède à des prélèvements.

Le chercheur prélève au hasard un têtard et effectue un test avant de le relâcher.

On note T l'évènement « Le têtard est contaminé par la maladie » et L l'évènement « Le lac est infecté par le champignon ».

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- 2) Déterminer la probabilité que le têtard prélevé soit contaminé.
- 3) Le têtard n'est pas contaminé. Quelle est la probabilité que le lac soit infecté ?

EXERCICE 3

Test sur une maladie

Dans un pays, une maladie touche la population avec une probabilité de 0,05.

On possède un test de dépistage de cette maladie.

On considère un échantillon de n personnes ($n \geq 20$) prises au hasard dans la population assimilé à un tirage avec remise.

On teste l'échantillon suivant cette méthode : on mélange le sang de ces n individus, on teste le mélange.

Si le test est positif, on effectue une analyse individuelle de chaque personne.

Soit X_n la variable aléatoire qui donne le nombre d'analyses effectuées.

- 1) Déterminer les valeurs prises par X_n .
- 2) Déterminer $p(X_n = 1)$.
Établir la loi de X_n en complétant le tableau suivant :

x_i	1	$n + 1$
$p(X_n = x_i)$		

- 3) Que représente l'espérance de X_n dans le cadre de l'expérience ?
Déterminer $E(X_n)$ en fonction de n puis donner la valeur de $E(X_{24})$.