

Contrôle de mathématiques

Lundi 25 janvier 2021

EXERCICE 1

Loi binomiale

(5 points)

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres 20 et 0,4.

- 1) Donner la formule puis calculer : $p(X = 3)$ et $p(X = 10)$
- 2) Calculer $p(X \geq 9)$
- 3) Pourquoi est-on quasi certain d'obtenir au moins un succès ?
- 4) Calculer l'espérance et l'écart-type de X .
- 5) Déterminer la probabilité que $X \in [6, 10]$. À quoi cet intervalle correspond-t-il ?

EXERCICE 2

Réservations d'hôtel

(7 points)

Le directeur d'un hôtel tente de louer toutes ses chambres malgré les défections de quelques clients. Il a instauré un système de réservations et a constaté que 20 % des clients réservent par téléphone, les autres utilisent internet.

Mais certains clients ayant réservé ne viennent pas ; cela concerne 4 % des clients ayant réservé par téléphone, et 10% des clients ayant réservé par internet.

On considère une réservation prise au hasard. Soit les événements :

- T : « la réservation a été faite par téléphone » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- H : « le client se présente à l'hôtel ».

- 1) a) Représenter la situation par un arbre de probabilité.
b) Montrer que $p(H) = 0,912$.
c) On considère un client présent dans l'hôtel. Quelle est la probabilité qu'il ait réservé par internet ? (arrondir au millième)
- 2) Le directeur sait qu'il ne peut accueillir que 100 clients. Mais il a accordé 106 réservations. Soit X la variable aléatoire qui dénombre les clients qui se présentent à l'hôtel.
 - a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
 - b) Quelle est la probabilité que les 106 clients se présentent à l'hôtel ? (arrondir à 10^{-5})
 - c) Quelle est la probabilité que le directeur se retrouve en situation de surréservation, c'est à dire qu'au moins 101 clients se présentent à l'hôtel ? (arrondir au centième)
 - d) Quel est le nombre maximum de réservations que doit accorder le directeur pour être certain à 99 % que tous les clients qui se présenteront à l'hôtel aient une chambre ? On expliquera clairement la méthode utilisée.

EXERCICE 3

Bulbes de tulipes

(3 points)

Un jardinier dispose d'un lot de bulbes de tulipes :

- 40 % sont à fleurs rouge, 30 % sont à fleurs jaune, le reste est à fleur blanche.
- 85 % des bulbes à fleur rouge, 90 % des bulbes à fleur jaune et 80 % des bulbes à fleur blanche donnent une fleur une fois plantés.

On choisit un bulbe au hasard et on note : R : « le bulbe est à fleur rouge » ;

J : « le bulbe est à fleur jaune ;

B : « le bulbe est à fleur blanche » ;

F : « le bulbe fleuri ».

- 1) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
- 2) Calculer la probabilité que le bulbe fleurisse.
- 3) Les événements R et F sont-ils indépendants ?

EXERCICE 4

Permis de conduire

(5 points)

Pour préparer l'examen du permis de conduire, on distingue deux types de formation : la formation avec conduite accompagnée et la formation traditionnelle.

Dans un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire :

- 75 personnes ont suivi une formation avec conduite accompagnée dont 50 ont réussi l'examen à leur première présentation et les autres ont réussi à leur deuxième présentation.
- Parmi les personnes ayant suivi une formation traditionnelle, 100 ont réussi l'examen à la première présentation et 50 à la troisième présentation.

On interroge au hasard une personne du groupe. On considère les événements suivants :

A : « la personne a suivi une formation avec conduite accompagnée » ;

R_1 : « la personne a réussi l'examen à la première présentation » ;

R_2 : « la personne a réussi l'examen à la deuxième présentation » ;

R_3 : « la personne a réussi l'examen à la troisième présentation ».

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	A	\bar{A}	Total
R_1			
R_2			
R_3			
Total			300

Donner les probabilités suivantes sous forme d'une fraction irréductible.

- 2) a) Calculer la probabilité que la personne interrogée ait suivi une formation avec conduite accompagnée et réussi l'examen à sa deuxième présentation.
 b) Calculer la probabilité que la personne interrogée ait réussi l'examen à sa deuxième présentation.
 c) La personne interrogée a réussi l'examen à sa deuxième présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec conduite accompagnée ?
- 3) On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b) Calculer l'espérance de cette variable aléatoire. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.