

# Contrôle de mathématiques

Lundi 13 mai 2024

## EXERCICE 1

### QCM

(5 points)

Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) La valeur de  $\int_0^2 \left( x - xe^{-\frac{x^2}{2}} \right) dx$  est :
  - a)  $2 + 2e^{-2}$
  - b)  $2 - 2e^{-2}$
  - c)  $1 + e^{-2}$
  - d)  $1 - e^{-2}$
- 2) Une urne contient trente-cinq boules numérotées de 1 à 35. On tire simultanément trois boules dans cette urne. Quel est le nombre de tirages possibles ?
  - a)  $35^3$
  - b)  $1 \times 2 \times 3$
  - c)  $35 \times 34 \times 33$
  - d)  $\frac{35 \times 34 \times 33}{1 \times 2 \times 3}$
- 3) Une anagramme est un mot obtenu par la permutation des lettres d'un mot donné. Quel est le nombre d'anagrammes que l'on peut former à l'aide du mot « ANAGRAMME » ?
  - a) 30 240
  - b) 60 480
  - c) 120 960
  - d) 362 880
- 4) On effectue quinze lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des quinze résultats. Quel est le nombre de listes ordonnées possibles ?
  - a)  $2 \times 15$
  - b)  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 15$
  - c)  $2^{15}$
  - d)  $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 15}{1 \times 2}$
- 5) On effectue  $n$  lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On considère la liste ordonnée des  $n$  résultats. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux fois « pile » dans cette liste ?
  - a)  $\frac{n(n-1)}{2}$
  - b)  $\frac{n(n-1)}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
  - c)  $1 + n + \frac{n(n-1)}{2}$
  - d)  $\left(1 + n + \frac{n(n-1)}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

## EXERCICE 2

### Groupe d'étudiants en sciences

(2 points)

À leur entrée en première année de licence, les étudiants choisissent une langue (anglais ou allemand) et une option (informatique, chimie ou astronomie). Dans un groupe d'étudiants, 12 étudiants sont inscrits en astronomie, 15 en chimie, 16 étudient l'allemand. Par ailleurs, 8 inscrits en astronomie et 3 inscrits en informatique étudient l'anglais, 6 inscrits en chimie étudient l'allemand.

À l'aide d'un tableau double entrée, indiquer la répartition des étudiants par discipline, ainsi que le nombre total d'étudiants dans le groupe.

⚠ Pour les exercices 3 à 5, on justifiera les résultats donnés.

### EXERCICE 3

#### Boulangeries

(3 points)

Dans une ville, il y a quatre boulangeries qui ferment un jour par semaine.

- 1) Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie.
- 2) Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie si les boulangeries ne peuvent fermer le même jour.
- 3) Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie si chaque jour, il doit y avoir au moins une boulangerie ouverte.

### EXERCICE 4

#### Comité de joueurs

(5 points)

Fred et Émile font partie d'une équipe de joueurs (6 garçons et 2 filles). On décide de constituer un comité de 3 joueurs.

- 1) Combien y-a-t-il de comités possibles ?
- 2) Combien y-a-t-il de comités contenant exactement 2 garçons et 1 fille ?
- 3) Combien y-a-t-il de comités contenant au moins deux garçons ?
- 4) On veut que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles ?
- 5) On ne veut pas que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles ?

### EXERCICE 5

#### Jeu de cartes

(5 points)

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est formé des cartes 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As, dans quatre couleurs trèfle, carreau, cœur, pique.

On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

- 1) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y-a-t-il de tirages contenant 5 carreaux ou 4 piques ?
- 3) Combien y-a-t-il de tirages contenant 2 carreaux et 1 pique ?
- 4) Combien y-a-t-il de tirages contenant au moins un roi ?
- 5) Combien y-a-t-il de tirages contenant exactement 2 rois et exactement 3 piques ?