# Contrôle de mathématiques

## Lundi 27 janvier 2025

## EXERCICE 1

**Voituress hybrides** **(9 points)**

Les données publiées le 01/03/2023 par le ministère de la transition écologique sur les immatriculations de véhicules particuliers en France en 2022 donnent les chiffres suivants :

- $22,86\,\%$ des véhicules étaient des véhicules neufs ;
- $8,08\,\%$ des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables ;
- $1,27\,\%$ des véhicules d'occasion (c'est-à-dire qui ne sont pas neufs) étaient des hybrides rechargeables.

*Dans tout l'exercice, les probabilités seront arrondies au dix-millième.*

**Partie A**

Dans cette partie, on considère un véhicule particulier immatriculé en France en 2022.
On note :

- N l'évènement « le véhicule est neuf » ;
- R l'évènement « le véhicule est hybride rechargeable » ;

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.
2) Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf et hybride rechargeable.
3) Démontrer que la valeur arrondie au dix-millième de la probabilité que ce véhicule soit hybride rechargeable est 0,028 3.
4) Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable.

**Partie B**

Dans cette partie, on choisit 500 véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022.
Dans la suite, on admettra que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.
On assimile le choix de ces 500 véhicules à un tirage aléatoire avec remise.
On appelle $X$ la variable aléatoire représentant le nombre de véhicules neufs parmi les 500 véhicules choisis.

1) Montrer que $X$ suit une loi binomiale. Préciser la valeur de ses paramètres.
2) Déterminer la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs.
3) Déterminer la probabilité $p(X \geqslant 325)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie C**

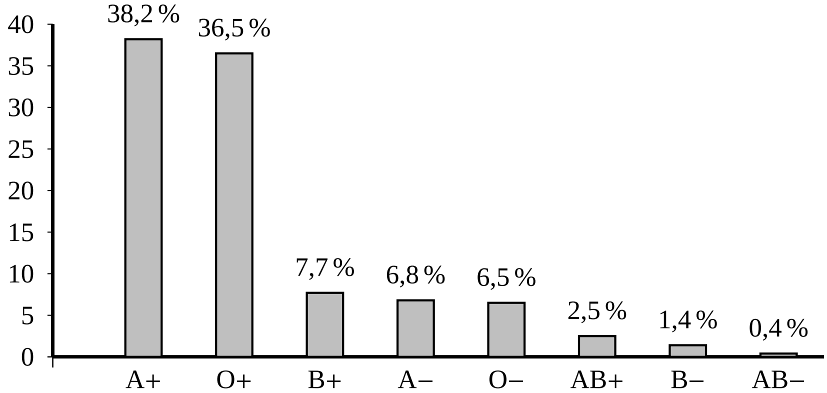
On choisit désormais $n$ véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022, où $n$ désigne un entier naturel strictement positif.
On rappelle que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.
On assimile le choix de ces $n$ véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

1) Donner l'expression en fonction de $n$ de la probabilité $p_n$ que tous ces véhicules soient d'occasion.
2) On note $q_n$ la probabilité qu'au moins un de ces véhicules soit neuf. En résolvant une inéquation, déterminer la plus petite valeur de $n$ telle que $q_n \geqslant 0,999\,9$.

## EXERCICE 2

**Groupes sanguins** **(3 points)**

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :




A+, O+, B+, A−, O−, AB+, B− et AB− les différents groupes sanguins avec leur rhésus.

Par exemple : A+ est le groupe sanguin A de rhésus +.

Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus. On note alors :

- A+ : l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus + »
- A− : l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus − »
- A : l'évènement « la personne est de groupe sanguin A »
- Rh+ : l'évènement « La personne est de rhésus positif ».

1) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif.
2) Justifier à l'aide des données de l'énoncé que $p_{\text{Rh+}}(\text{A}) = 0,450$ à 0,001 près.
3) Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus. Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

## EXERCICE 3

**Lancers de dés** **(4 points)**

On lance deux dés bien équilibrés numérotés de 1 à 6. Soit $X$ la variable aléatoire associée à l'écart entre les numéros obtenus.

1) Déterminer la loi de probabilité de $X$. On donnera cette loi sous forme d'un tableau.
2) Déterminer l'espérance de $X$. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
3) Déterminer la variance et l'écart-type de $X$.

## EXERCICE 4

**Pièce de monnaie** **(4 points)**

On lance 100 fois une pièce de monnaie que l'on estime bien équilibrée. Soit $X$ la variable aléatoire associée au nombre de côtés PILE obtenus et on admet que $X$ suit une loi binomiale.

1) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
2) Déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire $X$.
3) Déterminer le plus petit entier $k$ tel que $p(X \leqslant k) \geqslant 0,95$.
4) On a lancé une pièce de monnaie 100 fois et on a obtenu 65 fois le côté PILE. Peut-on estimer que la pièce est bien équilibrée au seuil de 95 % ?