

Contrôle de mathématiques

Lundi 18 mai 2026

EXERCICE 1

Équation du second degré

(4 points)

Soit E l'ensemble des entiers relatifs **non nuls** compris entre -30 et 30 , on a alors : $E = \{-30; -29; -28; \dots -1; 1; \dots; 28; 29; 30\}$. Il comporte 60 éléments.

On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c .

1) Combien de couples $(a; c)$ différents peut-on ainsi obtenir ?

On considère l'évènement M : « l'équation $ax^2 + 2x + c = 0$ possède deux solutions réelles distinctes », où a et c sont les entiers relatifs précédemment choisis.

2) Montrer que l'évènement M a lieu si et seulement si $ac < 1$.

3) Expliquer pourquoi l'évènement contraire \bar{M} comporte 1 740 issues.

4) Quelle est la probabilité de l'évènement M ? On arrondira le résultat à 10^{-2} .

EXERCICE 2

Intégrale nulle

(3 points)

Soit la fonction f définie sur $\left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$ par : $f(x) = (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1}$.

On définit, pour tout réel $m > \frac{1}{5}$, l'intégrale $I_m = \int_{\frac{1}{5}}^m f(x) dx$.

1) Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = \left(-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}\right)e^{-5x+1}$ est une primitive de f sur $\left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$.

2) Calculer l'intégrale I_m en fonction de m .

3) Montrer que pour tout réel $m > \frac{1}{5}$, l'intégrale I_m ne s'annule pas.

EXERCICE 3

Température moyenne

(3 points)

Soit f la fonction température sur l'intervalle $[0; 10]$ définie par : $f(t) = (60t + 40)e^{-0,5t}$, où $f(t)$ représente la température d'une réaction chimique en $^{\circ}\text{C}$ à l'instant t en minutes.

1) À l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $\int_0^4 f(t) dt = 320 - \frac{800}{e^2}$.

2) En déduire une valeur approchée, au degré près, de la température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes.

EXERCICE 4

Coefficients binomiaux

(3 points)

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $n \in \mathbb{N}$

1) $4 \binom{n}{8} = \binom{n}{9}$ avec $n \geq 9$.

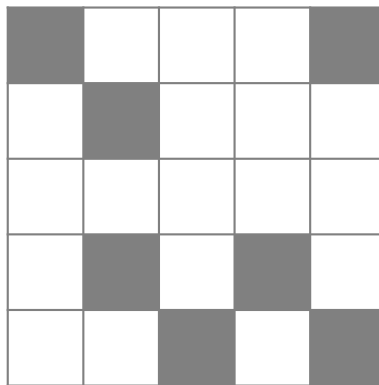
2) $\binom{3n}{1} + \binom{3n}{2} + \binom{3n}{3} = 115n$ avec $n \geq 1$.

EXERCICE 5

Dénombrements

(7 points)

1) On colorie un grille de 25 cases en couleurs blanches ou grises comme dans l'exemple ci-dessous :



- a) Combien de grilles peut-on former ?
 - b) Combien de grilles peut-on former si chaque colonne contient exactement une case grise ?
 - c) Combien de grilles peut-on former si chaque colonne contient au plus une case grise ?
- 2) Combien y a-t-il d'anagrammes avec le mot « EVENEMENT » ?
 - 3) Une urne contient 5 boules vertes et 4 boules rouges. On tire simultanément 3 boules de l'urne
 - a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages contenant que des boules vertes ?
 - c) Combien y a-t-il de tirages contenant au plus deux boules vertes ?