

Contrôle de mathématiques

Mercredi 23 septembre 2026

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Pour chacune des cinq questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 4n^2 - 5n + 3$, alors
 - a) $u_{n+1} = 4n^2 - 3n + 2$.
 - b) $u_{n+1} = 4n^2 - n + 7$.
 - c) $u_{n+1} = 4n^2 + 3n + 2$.
 - d) $u_{n+1} = 4n^2 + n + 7$.
- 2) Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ tel que $u_{21} = 57$ et $u_{49} = 127$. Quelle est la valeur de u_0 ?
 - a) $u_0 = 3,5$
 - b) $u_0 = 4,5$
 - c) $u_0 = 5$
 - d) $u_0 = 7,5$
- 3) Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_3 = 1$ et $u_6 = 3\sqrt{3}$. On a alors
 - a) $u_{11} = 27$
 - b) $u_{11} = 27\sqrt{3}$
 - c) $u_{11} = 81$
 - d) $u_{11} = 54\sqrt{3}$
- 4) Soit $S = 8 + 16 + 32 + 64 + \dots + 1024$. On a alors :
 - a) $S = 2\,040$
 - b) $S = 1\,016$
 - c) $S = 2\,047$
 - d) $S = 4\,088$
- 5) Que renvoie le script Python pour mystere(5) ?


```
def mystere(n):
    f=1
    for k in range(1,n+1):
        f=f*k
    return f
```

 - a) 6
 - b) 24
 - c) 120
 - d) 260

EXERCICE 2

Monotonie d'une suite

(3 points)

Étudier la monotonie des suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

- 1) $u_n = 40 - 3 \times 0,85^n$
- 2) $v_n = \frac{-2n+1}{n+3}$

EXERCICE 3

Réserve naturelle

(6 points)

On s'intéresse à l'évolution d'une population de tigres dans une réserve naturelle. En 2021, il y avait 100 tigres. On a remarqué que chaque année 15 % des tigres meurt et l'on compense cette perte en introduisant 6 nouveaux tigres chaque année.

On note u_n le nombre de tigres l'année $(2021 + n)$

- 1) Quel était le nombre de tigres dans la réserve en 2022 ?
- 2) Donner u_0 et justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 0,85u_n + 6$
- 3) Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 40$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n .
- 4) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ puis en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- 5) On voudrait savoir à partir de quelle année, la population de tigres sera inférieure à 45 individus.
 - a) Reproduire et compléter l'algorithme écrit en langage Python pour qu'il affiche l'année à partir de laquelle cela se produit.
 - b) Quelle alors cette année ?

```
n=2021
u=100
while ..... :
    n = ...
    u = ...
print (n)
```

EXERCICE 4

Suite homographique

(6 points)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{4}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n - 1}$

- 1) Calculer u_1 et u_2 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
- 2) Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = \frac{1}{u_n} - \frac{1}{2}$.
 - a) Calculer v_0 .
 - b) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = -\frac{1}{3}$.
 - c) Donner l'expression de v_n en fonction de n .
 - d) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.
- 3) Montrer que $u_n = \frac{2}{2v_n + 1}$ puis en déduire l'expression de u_n en fonction de n .
Quelle est la limite de la suite (u_n) ? On se justifiera.