

Contrôle de MATHÉMATIQUES

Jeudi 19 novembre 2015

EXERCICE 1

Multiples

(5 points)

- 1) Déterminer tous les diviseurs positifs de 450. Combien y en a-t-il ?
- 2) Déterminer les couples d'entiers naturels $(x; y)$ vérifiant : $5x^2 - 7xy = 17$
- 3) Montrer que si n est un entier impair alors $(n^2 - 1)$ est divisible par 8.
- 4) Soit n un entier relatif. Pour qu'elles valeurs de n la fraction $\frac{6n + 12}{2n + 1}$ est-elle un entier relatif.

EXERCICE 2

Division euclidienne. Vrai ou faux

(4 points)

- 1) Écrire la division euclidienne de -2016 par 17 .
- 2) Soit b un entier naturel non nul. Le quotient dans la division euclidienne de 524 par b est 15 . Quels sont les restes possibles ?
- 3) Pour chacune des propositions suivantes indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification de la réponse choisie.
 - a) Si le reste dans division d'un entier n par 66 est 5 alors le reste de n dans la division par 11 est également 5 .
 - b) Si le reste dans division d'un entier n par 11 est 5 alors le reste de n dans la division par 66 est également 5 .

EXERCICE 3

ROC. Congruence

(7 points)

- 1) Montrer la compatibilité de la congruence avec le produit c'est à dire pour tous entiers a, b, c, d et $n \geq 2$, on a :

$$a \equiv b (n) \text{ et } c \equiv d (n) \Rightarrow ac \equiv bd (n)$$

- 2) Quel est le reste de 2015^{2015} dans la division par 12 ?
- 3) Montrer, à l'aide des congruences, que pour tout entier naturel n : $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7 .
- 4) Soit x un entier relatif.
 - a) Recopier et compléter le tableau de congruence suivant :

$x \equiv (7)$	0	1	2	3	4	5	6
$x^2 \equiv (7)$							
$x + 1 \equiv (7)$							
$x^2 + x + 1 \equiv (7)$							

- b) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $x^2 + x + 1$ est divisible par 7.
 c) Compléter l'algorithme suivant afin qu'il donne les solutions de $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{7}$

```

Variables :  $X, Y$  entiers
Traitement et sorties
    pour  $X$  de 0 à 6 faire
         $X^2 + X + 1 \rightarrow Y$ 
        tant que  $Y \geq 7$  faire
            .....  $\rightarrow Y$ 
        fin
        si  $Y = 0$  alors
            Afficher .....
        fin
    fin
    
```

EXERCICE 4

Critère de divisibilité par 13

(4 points)

Soit un entier naturel n . On décompose n de la façon suivante : $n = 10a + b$. Les coefficients a et b correspondent respectivement au nombre de dizaines et au chiffre des unités de l'entier n , c'est à dire avec $0 \leq b \leq 9$.

- 1) Établir la liste des multiples de 13 inférieurs à 100 dans \mathbb{N}
- 2) Montrer que n est divisible par 13 si, et seulement si, $a + 4b$ est divisible par 13.
- 3) Énoncer en français un critère pour qu'un entier soit divisible par 13.
- 4) En déduire, en explicitant les calculs sans utiliser une calculatrice, les multiples de 13 parmi les entiers suivants :

676 943 4 652 156 556

Aide : penser à réitérer le processus si nécessaire